

MINISTERIO DE

educación

ESTADO PLURINACIONAL DE BOLIVIA 



TIC EN LA PRÁCTICA EDUCATIVA

HACIA LA REVOLUCIÓN TECNOLÓGICA EDUCATIVA

3 Herramientas TIC para el área de Matemática

DOCUMENTO DE TRABAJO

\sqrt{x} \sqrt{x} \sqrt{x}



© De la presente edición:

Colección:
CUADERNOS DE FORMACIÓN CONTÍNUA

Publicación:
Herramientas TIC para el área de Matemática

Coordinación:
*Viceministerio de Educación Superior de Formación Profesional
Dirección General de Formación de Maestros
Unidad Especializada de Formación Continua
Equipo de Diseño Web y Multimedia*

Como Citar este documento:
*Ministerio de Educación (2015). Herramientas TIC para el área de Matemática.
Cuadernos de Formación Continua. La Paz, Bolivia.*

LA VENTA DE ESTE DOCUMENTO ESTA PROHIBIDA
*Denuncie al vendedor a la Dirección General de Formación de Maestros,
Telf. 2440815*

3 Herramientas TIC para el área de Matemática





índice

Datos generales del cuaderno.....7

Tema 1: software educativo para el área de Matemática..... 9

Instalación de Math Worksheet generator

Interface Math Worksheet Generator

Funciones y símbolos matemáticos especiales

Actividades de valoración

Tema 2: aplicación de Geogebra en el aprendizaje y enseñanza de la Matemática

Actividades de recuperación de experiencias

Geogebra - Interface

Menú contextual de objeto

Menú contextual de vista gráfica

Seleccionar

Propiedades

Uso del ratón: la herramienta Elige y mueve

Arrastrar uno o varios objetos

Objetos fijos

Desplazar la vista gráfica

Eliminar

Zoom

Renombrar

Redefinir objeto

Animación

Animación manual desde el teclado

Animación automática de un deslizador

Animación automática de un punto en un recorrido

Capas

Construcciones ultraligeras

Preparación del escenario
Protocolo y barra de navegación
Nombres de los objetos
Usar GeoGebra como geoplano
Herramientas y comandos
Construcción paso a paso
Funciones
Herramientas y comandos
Construcción paso a paso
Derivada
Construcción paso a paso
Cálculo simbólico en Geogebra
Actividad de recuperación de experiencias
Operaciones con cálculo simbólico
Desarrollo de operaciones con CAS
Desarrollo de ecuaciones con CAS
Cálculo diferencial e integral con CAS
Actividad de valoración
Actividades de producción
Sugerencias para la maestra y el maestro

Bibliografía.....73



Presentación

En el proceso de la Revolución Educativa con Revolución Docente que encara el Estado Plurinacional de Bolivia en concordancia con el mandato constitucional y la Ley N° 070 de la Educación "Avelino Siñani - Elizardo Pérez", en los últimos años se han alcanzado importantes e inéditos avances y resultados en lo referente a la formación de maestras y maestros como actores estratégicos del proceso educativo, respondiendo a las exigencias de la implementación del Modelo Educativo Sociocomunitario Productivo-MESCP y contribuyendo a la mejora de la calidad educativa con mayor pertinencia, relevancia y equidad.

Entre estos avances se destacan las acciones formativas de maestras y maestros en ejercicio a través de Itinerarios Formativos a cargo de la Unidad Especializada de Formación Continua-UNEFECO; una de ellas es el proceso formativo sobre el uso de TIC en la práctica educativa, ejecutado en los últimos 2 años acompañando la dotación de computadoras KUAA a estudiantes de Educación Secundaria Comunitaria Productiva a cargo del Ministerio de Desarrollo Productivo y Economía Plural.

En la perspectiva de aportar desde esta experiencia al proceso de liberación tecnológica iniciado en el país, bajo la directriz de la soberanía científica y tecnológica con identidad propia expresada en la Agenda Patriótica 2025, se ha priorizado la continuidad de los cursos para maestras y maestros de Educación Secundaria Comunitaria Productiva en el uso de TIC en la práctica educativa bajo el Modelo Educativo Sociocomunitario Productivo, enmarcados en la metodología de los Itinerarios Formativos, promoviendo la profundización de prácticas educativas transformadoras del MESCP y generando condiciones y capacidades en el campo tecnológico y científico que permitan a maestras y maestros y estudiantes de este nivel el uso adecuado de computadoras como herramientas tecnológicas en los campos y áreas de saberes y conocimientos.

La estrategia formativa ajustada de los cursos mencionados comprende las modalidades presencial, virtual y autoasistida, cuya implementación estará a cargo de la UNEFCO como instancia autorizada del Ministerio de Educación, en coordinación con las instancias departamentales y distritales de educación hasta las Unidades Educativas. Estas modalidades responden a las características de las maestras y los maestros en el manejo de herramientas TICs.

En este proceso, es fundamental el rol de las y los Directores de Unidades Educativas como actores que propicien, motiven y dinamicen el uso de herramientas TICs en los procesos educativos.

El presente cuaderno es un material de apoyo para el ciclo formativo, de una serie de cuatro cursos, que incluye objetivos holísticos, actividades prácticas, evaluativas y contenidos. Este material permitirá a maestras y maestros mejorar sus prácticas educativas transformadoras bajo el MESCP.

Roberto Aguilar Gómez
MINISTRO DE EDUCACIÓN



Datos generales del cuaderno

ESTRUCTURA CURSOS TIC EN LA PRÁCTICA EDUCATIVA			
CICLO: Recursos Tecnológicos del Aula en el Modelo Educativo Sociocomunitario Productivo(MESCP)			
CURSO 1	Interactuando en el Aula a través de las TIC		
CURSO 2	Iniciando el uso de las TIC en las áreas de Matemática, Física y Química	Iniciando el uso de las TIC en las áreas de Biología - Geografía	
CURSO 3	Herramientas TIC para el área de Matemática	Herramientas TIC para el área de Física	Herramientas TIC para el área de Química
CURSO 4	Recursos TIC para desarrollar el pensamiento Lógico-Matemático	Recursos TIC para la simulación de un Laboratorio de Física	Recursos TIC como herramientas pedagógicas en el Área de Biología-Geografía

Ubicación del Curso en el Ciclo

El contenido de este cuaderno de Formación Continua corresponde al curso “Herramientas TIC para el área de Matemática”, que es parte del Ciclo Formativo “Uso básico de TICs en la práctica educativa bajo el Modelo Educativo Sociocomunitario Productivo”.

En el campo de las TICs existen diferentes recursos que pueden aplicarse al ámbito educativo. Recursos tecnológicos (hardware y software), programas, aplicaciones y otras herramientas que resultan muy útiles a la hora de desarrollar los procesos pedagógicos.

En el presente curso, se pone a consideración diferentes herramientas de aplicación para desarrollar los procesos educativos de la Matemática.

Objetivo Holístico del Ciclo

Fortalecemos nuestros conocimientos y capacidades en el uso de herramientas TIC, a través de espacios comunitarios de formación, desde el aprendizaje en el uso y aplicación de programas y recursos específicos, utilizando en situaciones concretas de la práctica pedagógica, contribuyendo a su transformación y mejora.

Objetivo Holístico del curso

Fortalecemos nuestros conocimientos y capacidades en el uso y aplicación de herramientas TIC para las áreas de saberes y conocimientos Matemática, Física - Química, a través del análisis y reflexión de diferentes herramientas tecnológicas, contribuyendo a la transformación y mejora de la práctica pedagógica.



Tema I: Software educativo para el área de Matemática

(Math Worksheet Generator)

Si la tecnología es parte de nuestras actividades cotidianas, también debe ser incluida en las actividades áulicas como una herramienta didáctica.

Math Worksheet Generator (Generador de hoja matemática), es una aplicación que le permite crear sus propias hojas de trabajo imprimibles con problemas y ejercicios de matemáticas para las cuatro habilidades matemáticas: suma, resta, multiplicación y división; que funciona desde cualquier sistema operativo.

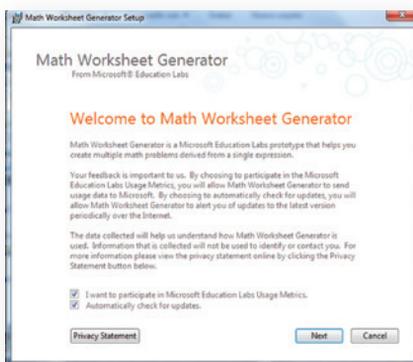
Se pueden crear diversas actividades para estudiantes del nivel primario y secundario. Este programa permite potenciar y reforzar las habilidades en operaciones numéricas, conceptos numéricos, fracciones, cálculo aritmético elemental, medida del tiempo, medidas de longitud, capacidad y masa, unidad monetaria, juegos lógicos, geometría, seriación y mucho más.

Instalación de Math Worksheet generator

Lo primero que debe hacer usted maestra y usted maestro es descargar el generador en el siguiente sitio:

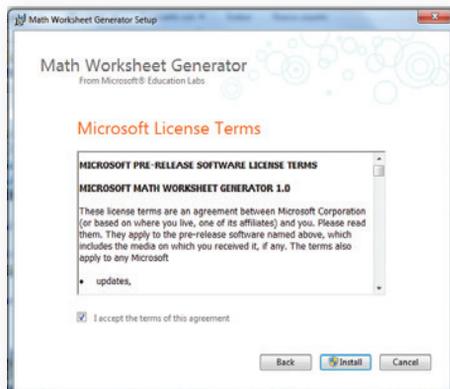
<http://microsoft-math-worksheet-generator.software.informer.com/1.0/>

Una vez descargado el paquete de instalación, hacemos doble clic en el archivo y después de unos segundos aparecerá un cuadro de diálogo como éste:

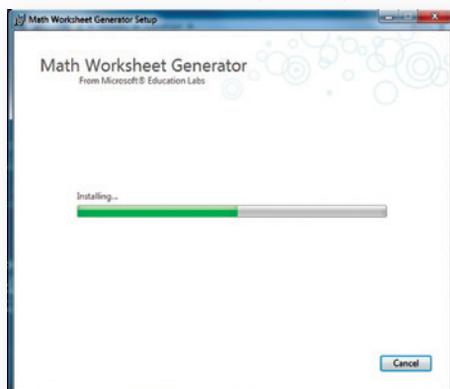


Hacemos clic en el botón Next (siguiente) verificando que estén seleccionadas las dos opciones que muestra el cuadro de diálogo.

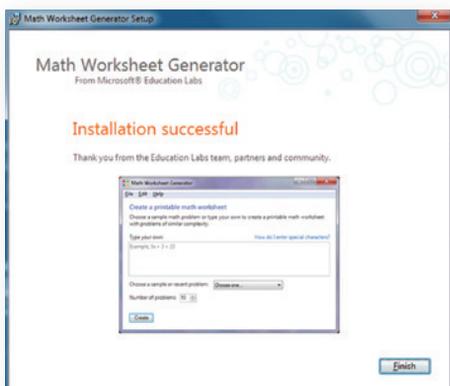
A continuación aparecerá un cuadro donde debemos aceptar las condiciones y términos de la licencia, el cual deberá tener este aspecto:



En este cuadro hacemos clic en Install (instalar).



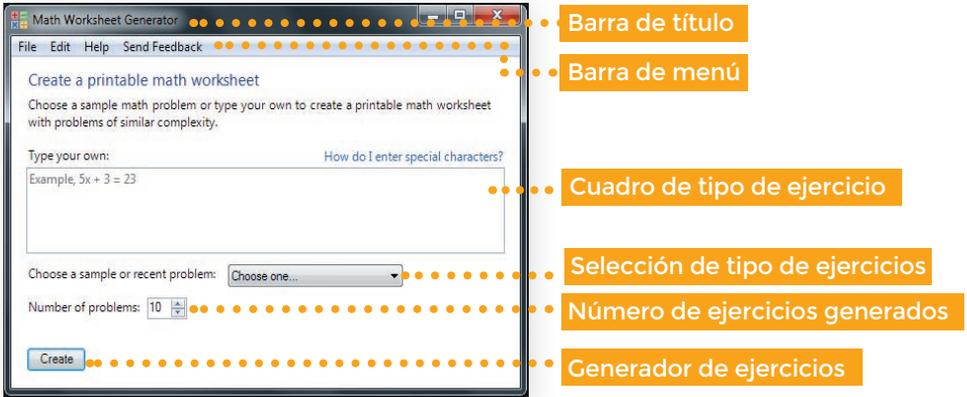
Una vez terminado el avance del indicador aparecerá el cuadro de diálogo indicando que concluyó todo el proceso de instalación y que podemos empezar ya a usar el software.



Culminamos el proceso haciendo clic en el botón Finish (final)

Uso de Math Worksheet generator

Esta aplicación Math Worksheet Generator permite generar ejercicios imprimibles iguales al modelo introducido, desde sencillos, como ser las cuatro operaciones básicas, hasta complejos de álgebra, además de brindar los resultados en otra página al final del documento. Los ejercicios pueden variar desde 1 hasta 100 ejercicios y sus respuestas.



Interface Math Worksheet Generator

La barra de título es estándar; cuenta con el icono del programa, el nombre del programa, los botones minimizar, maximizar restaurar y cerrar.

La barra de menú cuenta sólo con 4 elementos: File, que tiene sólo la opción de salir; el menú Edit, con las opciones undo (deshacer), redo (rehacer), cut (cortar), copy (copiar), paste (pegar), delete (suprimir) y select all (seleccionar todo), además del menú Help, que nos brinda ayuda sobre el programa y la versión del mismo en inglés, y el menú Send Feedback, que permite enviar los ejercicios generados a un destinatario por medio de su correo electrónico.

El cuadro de tipo de ejercicio es el espacio para que podamos anotar un ejemplo del tipo de ejercicio que queremos que nos genere el programa.

La opción desplegable choose one es un tipo de ejercicio que permite seleccionar algunos ejercicios estándares para ser generados.

La opción Number of Problems nos permite seleccionar la cantidad de ejercicios que queremos generar que varía desde 1 hasta 100.

El botón Create permite crear una hoja de ejercicios similares al modelo introducido en el cuadro de tipo de ejercicio.

Funciones y símbolos matemáticos especiales

Para trabajar con caracteres, símbolos y funciones matemáticas debemos utilizar:

Símbolo	Tecla
π negativo	- pi
π positivo	pi
Fracción	$\frac{1}{4}$
Suma	+
Resta	-
Multiplicación	*
División	/
Raíz cuadrada	sqrt
Exponente	^

FUNCIÓN	DESCRIPCIÓN	TECLAS
Valor absoluto	La función ABS, devuelve el valor absoluto de un número, es decir, un número sin signo. Devuelve el valor absoluto de una lista de números.	abs(x)
Coseno	La función COS devuelve el coseno de un número medido en el sistema sexagesimal (hoja de respuestas).	cos(x)
Factorial	El operador ! devuelve el factorial de un número entero no negativo.	n!
Doble Factorial	El operador !! devuelve el doble factorial de un número entero.	n!!
Media Geométrica	La función devuelve la media geométrica de un conjunto de datos. La media geométrica se calcula multiplicando todos los números en el conjunto y después de tomar la raíz n-ésima, donde n es el tamaño del conjunto.	geometricMean(x1,x2,...) geometricMean({x1,x2,...})
Máximo común divisor	La función gcf devuelve el máximo común divisor de uno o más números.	gcf(x1,...)
Intersección de conjuntos	La función de intersección devuelve la intersección de dos o más conjuntos.	intersect({x1,x2,...},{y1,y2,...},...)

Mínimo Común múltiplo	La función lcm devuelve el mínimo común múltiplo de uno o más números.	$\text{lcm}(x_1, \dots)$
Función lógica	La función isTrue evalúa una comparación lógica y devuelve verdadero o falso. La función isTrue se utiliza generalmente en conjunción con los operadores de comparación ($=, <, >, =, =, y ?$) Y los operadores lógicos AND, OR, XOR y NOT.	$\text{isTrue}(\text{statement})$
Función lógica	La función isTrue evalúa una comparación lógica y devuelve verdadero o falso. La función isTrue se utiliza generalmente en conjunción con los operadores de comparación ($=, <, >, =, =, y ?$) Y los operadores lógicos AND, OR, XOR y NOT.	$\text{isTrue}(\text{statement})$
$\{y_1, y_2, \dots, \dots\}$	La función de intersección devuelve la intersección de dos o más conjuntos.	$\text{intersect}(\{x_1, x_2, \dots\}, \dots)$
Mínimo Común múltiplo	La función lcm devuelve el mínimo común múltiplo de uno o más números.	$\text{lcm}(x_1, \dots)$
Función lógica	La función isTrue evalúa una comparación lógica y devuelve verdadero o falso. La función isTrue se utiliza generalmente en conjunción con los operadores de comparación ($=, <, >, =, =, y ?$) Y los operadores lógicos AND, OR, XOR y NOT.	$\text{isTrue}(\text{statement})$
Función lógica	La función isTrue evalúa una comparación lógica y devuelve verdadero o falso. La función isTrue se utiliza generalmente en conjunción con los operadores de comparación ($=, <, >, =, =, y ?$) Y los operadores lógicos AND, OR, XOR y NOT.	$\text{isTrue}(\text{statement})$
Residuo	El operador % (llamado el "operador de módulo") devuelve el resto que queda después de dividir un número por otro.	$x \% n / \{x_1, x_2, \dots\} \% n / \{x_1, x_2, \dots\} \% n_1, n_2, \dots\}$
Redondeo	La función round devuelve el entero más próximo al número dado.	$\text{round}(x) / \text{round}(\{x_1, x_2, \dots\})$
Seno	La función SIN devuelve el seno de un número o lista.	$\text{sin}(x) / \text{sin}(\{x_1, x_2, \dots\})$
Pendiente	La función pendiente devuelve la pendiente de una ecuación x e y. Para las ecuaciones lineales (es decir, ecuaciones de líneas), la pendiente es una constante. Para las ecuaciones de orden superior, también debe especificar un punto en el que desea que esté la pendiente calculada.	$\text{slope}(\text{equation}, a)$

Orden	La función de clasificación devuelve su entrada ordenada en orden ascendente.	$\text{sort}(x_1, x_2, \dots)$
Raíz Cuadrada	La función sqrt presenta la raíz cuadrada de un número.	$\text{sqrt}(x)/\text{sqrt}(\{x_1, x_2, \dots\})$
Desviación estándar	La función stdDev y unbiasedStdDev devuelven la desviación estándar de un conjunto de datos. Usted puede calcular ya sea una estimación sesgada (usando unbiasedStdDev) o una estimación objetiva (utilizando unbiasedStdDev) de la desviación estándar a partir de la estimación parcial o imparcial de la varianza. Se requieren	$\text{sqrt}(x)$
al menos dos observaciones para calcular una estimación objetiva de la desviación estándar.	$\text{stddev}(x_1, x_2, \dots)/\text{stddev}(\{x_1, x_2, \dots\})/$ $\text{unbiasedStdDev}(x_1, x_2, \dots)/$ $\text{unbiasedStdDev}(\{x_1, x_2, \dots\})$	
Suma	La función suma devuelve la suma de los valores de dos o más números.	$\text{sum}(x_1, x_2, \dots)$
Sumar la serie	La función SUMA.SERIES devuelve la suma de una serie matemática.	$\text{seriesSum}(f, n, a, b)$
Tangente	La función TAN trigonométrica de tangente de un número cuyo resultado está en el sistema sexagesimal.	$\text{tan}(x)$
Unión	La función de unión devuelve la unión de dos o más conjuntos.	$\text{union}(\{x_1, x_2, \dots\}, \{y_1, y_2, \dots\}, \dots)$
Varianza	Las funciones de varianza y unbiasedVariance devuelven la varianza de un conjunto de datos. Usted puede calcular bien la estimación sesgada de la varianza o la estimación objetiva. Tanto el botón de la varianza en la calculadora y la función de varianza da la estimación sesgada, las dos estimaciones utilizan diferentes denominadores, n en el caso sesgado, $n - 1$ en el caso imparcial, donde n es el número de observaciones. Debido a la $n - 1$ utilizado en el caso imparcial, ese caso requiere por lo menos dos observaciones para calcular.	$\text{variance}(x_1, x_2, \dots)/$ $\text{variance}(\{x_1, x_2, \dots\})/$ $\text{unbiasedVariance}(x_1, x_2, \dots)$ $(\text{unbiasedVariance}(\{x_1, x_2, \dots\}))$

Actividad propuesta

Ahora pongamos en práctica lo aprendido:

- a) Ingrese a *Math Worksheet Generator*
- b) Ingrese en el cuadro de tipo de ejercicio la expresión: $25+38+45$
- c) Seleccione 15 en Número de problemas
- d) Presione el botón *Create*
- e) Observe los problemas y resultados generados

Prioridad de operaciones

En la matemática el orden de las operaciones está definido por las siguientes reglas:

1. Se realizan las operaciones que están entre los paréntesis
2. Se realizan las operaciones correspondientes a potencias y raíces
3. Se realizan las operaciones de producto y división
4. Por último, las operaciones de adición y sustracción

Tomando en cuenta este orden de precedencia, es importante verificar muy bien toda la sintaxis de los problemas que deseamos generar; de esta manera evitaremos posibles errores en la generación de problemas para los estudiantes con la finalidad de ilustrar. Observemos estos ejemplos:

Sintaxis	Expresión algebraica
$\text{Sqrt}(2x+3)$	$\sqrt{(2x+3)}$
$\text{Sqrt}(2x) + 3$	$\sqrt{2x}+3$
$3x+4/3+4x$	$3x + \frac{4}{3} + 4x$
$3x+4/(3+4x)$	$3x + \frac{4}{(3+4x)}$

Actividad propuesta

Ahora pongamos en práctica lo aprendido:

- a) *Ingrese a Math Worksheet Generator*
- b) *Introduzca la expresión: $(3x+4)/(3+4x)=0$*
- c) *Seleccione 5 en el número de problemas*
- d) *Presione el botón de Create*
- e) *Observe los problemas y resultados generados*

Actividad de valoración

A partir de lo trabajado hasta ahora, ¿cómo puede ayudarnos la aplicación Math Worksheet Generator dentro el proceso educativo? Identifique dos aspectos positivos y dos aspectos negativos:

Positivo	Negativo



Tema 2: Aplicación de Geogebra en el aprendizaje y enseñanza de la Matemática

Actividad de reflexión

Usted maestra y usted maestro ¿Durante su trabajo que realiza o en otra situación, tuvo alguna experiencia educativa desarrollada mediante el uso de un programa informático para la enseñanza de la matemática? Si su respuesta es afirmativa, registre en el siguiente cuadro:

Experiencia	Plataforma

Introducción

El programa GeoGebra está destinado a todas las maestras y maestros de matemática del Sistema Educativo Plurinacional para el aprendizaje y enseñanza de geometría, álgebra y cálculo. Este programa gratuito, se está convirtiendo en una herramienta revolucionaria, ya que a través del mismo, se puede realizar construcciones dinámicas, fácilmente exportables a aplicaciones web, en las que podemos manipular las expresiones (geométricas, numéricas, algebraicas o tabulares) y observar la naturaleza de las relaciones y propiedades matemáticas a partir de las variaciones producidas por nuestras propias acciones.

Geogebra - Interface

La interfaz de GeoGebra es el entorno visual propio de este programa. Esta aplicación gratuita destaca, entre otras cosas, por su entorno intuitivo y la extrema facilidad de aprender a usar. Sin embargo, siempre es bueno conocer algunas acciones o posibilidades alternativas de interacción que

pueden ahorrarnos tiempo y molestias. Por ello, recomendamos su lectura (o al menos un vistazo) incluso a aquellos usuarios que ya posean alguna experiencia en el manejo de este programa.

GeoGebra permite trabajar con objetos de aritmética, geometría, cálculo, análisis, álgebra, lógica, matemática discreta, probabilidad y estadística. Se trata de un programa premiado en numerosas ocasiones. Podemos construir de modo muy simple puntos, segmentos, polígonos, rectas, vectores, cónicas, lugares geométricos, gráficas de funciones, curvas paramétricas e implícitas, distribuciones de probabilidad y diagramas estadísticos. Todo ello dinámicamente, de modo que cualquier objeto pueda sufrir modificaciones con un simple movimiento del ratón.

Además del abanico de herramientas disponibles, que facilita la introducción de nuevos objetos, GeoGebra también admite la entrada de expresiones directas como:

$$5y - 3x = 4$$

$$(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 16$$

y ofrece una amplia variedad de comandos.

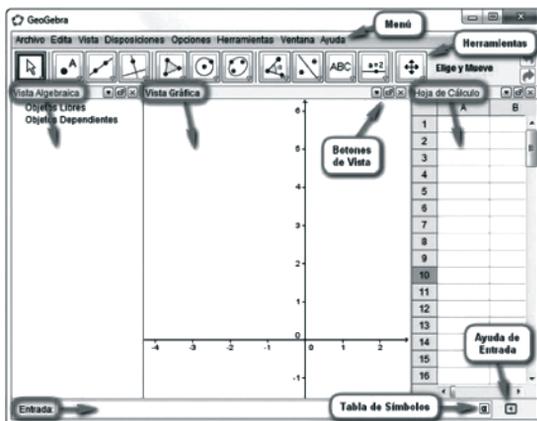
Vayamos conociendo y familiarizándonos con el entorno de Geogebra descargando gratuitamente el programa en el sitio

<http://es.ccm.net/download/descargar-10045-geogebra>

Podemos elegir cualquier idioma para el interfaz en el **Menú Opciones Idioma**.

Zonas de la ventana de GeoGebra

Una vez descargado el programa empezaremos a conocer la pantalla de GeoGebra que se divide en varias zonas:



α	β	γ	δ	ϵ	ζ	η	θ	κ	λ
μ	ξ	ρ	σ	τ	ϕ	χ	ψ	ω	
Γ	Δ	Θ	Ξ	Π	Σ	Φ	Ω	∞	\otimes
$\frac{1}{2}$	\neq	\leq	\geq	\neg	\wedge	\vee	\parallel	\perp	\in
$\frac{1}{3}$	C	x	2	3	*	i	π	e	

En esta parte se sitúa la Barra de Entrada. En ella podemos introducir diversos tipos de expresiones (comandos, operaciones de ingreso directo, textos...). Está compuesta, de izquierda a derecha, por el Campo de Entrada, el cuadro Símbolos y la Ayuda de Entrada

El cuadro Símbolos incluye operadores, constantes y letras griegas. Se despliega al hacer clic en el icono alfa que aparece al colocar el cursor en el Campo de Entrada.

La parte central, con sus tres vistas principales (Algebraica, Gráfica y Hoja de Cálculo), permite la visualización de tres diferentes representaciones de un objeto (representación gráfica, algebraica y tabular). Estas tres representaciones responden al unísono y dinámicamente a cualquier cambio de valor en el objeto, sin importar cómo haya sido creado.

Menús

Los menús ocupan la parte superior de la ventana de GeoGebra. Se despliega al hacer clic sobre ellos.



Herramientas

Las herramientas aparecen distribuidas en una barra situada en el margen superior (aunque se pueden colocar en el margen inferior eligiendo esta opción en el Menú Vista). Se accede a ellas mediante los botones. Cada botón se activa haciendo clic sobre él e incluye una flechita en la esquina inferior derecha que, al hacer clic en ella, despliega todos los botones disponibles de la misma categoría.

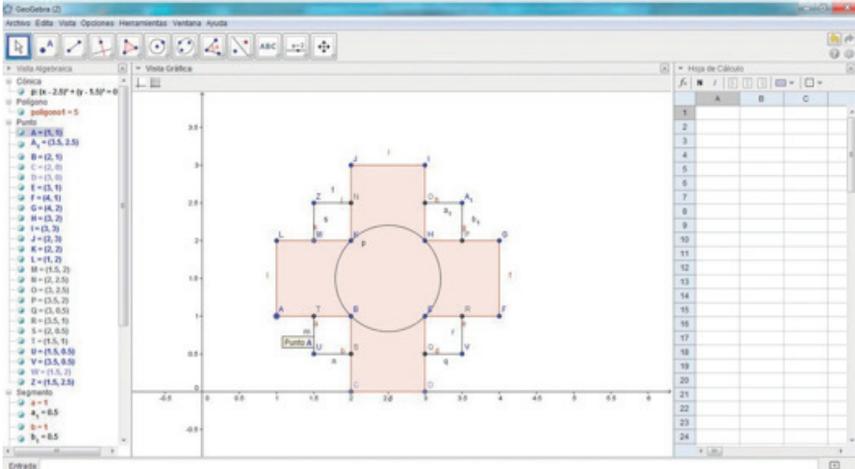


Vista Gráfica

La Vista Gráfica ocupa la parte central. En ella aparecen los objetos gráficos. Por defecto, ocupa la mayor parte de la pantalla.

Vista Algebraica

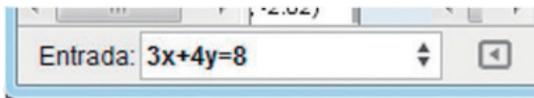
La Vista Algebraica ocupa, por defecto, la parte central izquierda. Se puede ocultar o mostrar desde el Menú Vista. Por defecto, se encuentra visible. En ella aparecen los valores de los objetos.



Barra de Entrada

La Barra de Entrada ocupa, por defecto, la parte inferior. Se puede ocultar o mostrar desde el Menú Vista. Permite introducir directamente expresiones (números, operaciones, coordenadas, ecuaciones, textos...) y comandos, así como redefinir los objetos ya existentes.

Basta hacer un clic sobre el Campo de Entrada (o pulsar en cualquier momento la tecla Intro "enter") para posicionar el cursor en él y comenzar a teclear. Para aplicar el texto introducido se pulsa la tecla Intro.



Podemos usar todos los operadores que deseemos, incluyendo paréntesis, operaciones aritméticas, funciones...

Una vez introducida la primera expresión en el Campo de Entrada, aparecerán las flechas de la lista de entrada, que permiten recuperar el historial de entradas. Esto es útil para detectar errores y para aprovecharlas en una reedición (también se pueden emplear las teclas de flecha).

Actividad propuesta

Ahora pongamos en práctica lo aprendido:

- a) Menú Archivo Nuevo (sólo si es necesario; se pretende vaciar cualquier contenido anterior). [Si aparece el mensaje que invita a guardar la construcción, elegir "No guardar"].
- b) Clic sobre el Campo de Entrada (parte blanca, vacía). Aparecerá el parpadeante cursor de introducción de expresiones y se hará visible el cuadro Símbolos.
- c) Escribir (1,1). Pulsar Intro (Enter) y observar el resultado. Escribir 2A. Pulsar Intro y observar el resultado.
- d) Mover A y observar el resultado.
- e) Escribir se. Aparecerá una lista de elección.
- f) Mover el deslizador vertical de la derecha hasta que aparezca: Segmento[<Extremo (punto)>, <Extremo (punto)>]
- g) Hacer clic sobre él. La sintaxis del comando se trasladará al Campo de Entrada, con el primer argumento seleccionado.
- h) Escribir A y pulsar Tab. El primer argumento quedó establecido como A, y al pulsar Tab se selecciona el siguiente argumento.
- i) Escribir B. En el Campo de Entrada debe figurar Segmento[A,B]. Pulsar Intro.

Menú contextual de objeto

Al hacer clic derecho sobre un objeto se muestra un Menú contextual en el que se pueden elegir algunas de las opciones más frecuentes. Todas ellas se encuentran incluidas en el cuadro de diálogo de Propiedades, salvo la opción Copia en Campo de Entrada.



Las primeras opciones son específicas del tipo de objeto, se refieren a su forma algebraica y sólo se muestran cuando la **Vista Algebraica** permanece visible. El resto de las opciones son más generales, aunque no todas aparecen para todos los objetos.

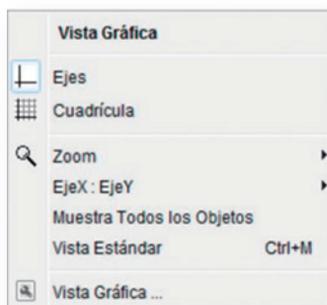
Seleccionando **Propiedades de Objeto** se abre un cuadro de diálogo donde podemos cambiar las propiedades del objeto (subtítulo, color, tamaño, grosor, estilo, sombreado, opacidad, visibilidad, capa, etc.).

Práctica 2

- Menú Archivo Nuevo (sólo si es necesario; se pretende vaciar cualquier contenido anterior).
- Añadir una Recta, una Circunferencia y una Parábola. Cambiar la forma de expresar sus ecuaciones.
- Cambiar la forma de expresar las coordenadas de alguno de los puntos.

Menú contextual de vista gráfica

Al hacer un clic derecho sobre cualquier parte vacía de la vista gráfica, se abre el Menú contextual de vista gráfica.



[Nota] Ningún objeto debe estar seleccionado en el momento de hacer el clic derecho. Para retirar la selección de cualquier objeto, basta hacer clic sobre la vista gráfica.

Seleccionar

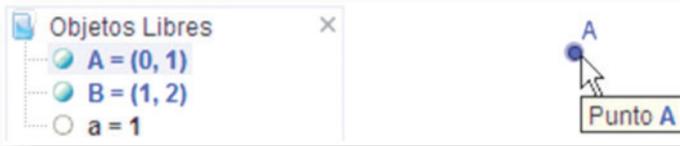
Uso del ratón: hacer clic en la herramienta **Elige y mueve**.

El ratón tiene un papel decisivo en GeoGebra. Muchas de las acciones las realizaremos con su ayuda. Todas las acciones que vamos a describir suponen que tenemos elegida la herramienta fundamental: **Elige y mueve**.

[Nota] Para volver a esa herramienta, desde cualquier otra, basta pulsar sobre el botón **Elige y mueve** o la tecla **Esc**.

Selección de un objeto

Cuando nos aproximamos suficientemente al objeto, éste se resalta. En ese momento, basta un clic (con la herramienta **Elige y mueve**) para seleccionarlo.

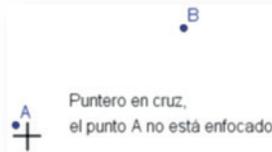


Algunas veces resulta más cómodo seleccionar los objetos en la **Vista Algebraica**, particularmente cuando los objetos geométricos están muy próximos entre sí, son muy pequeños o se encuentran superpuestos.

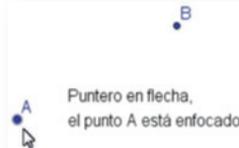
[Nota] Un doble clic nos permite una redefinición directa del objeto. Las teclas F3, F4 y F5 copian, respectivamente, la definición, el valor y el nombre del objeto en el **Campo de Entrada**.

[Nota] En las vistas gráficas sólo se pueden seleccionar aquellos objetos que no sean fijos y sean seleccionables (podemos impedir que un objeto sea seleccionable en la vista gráfica).

¡Atención! Antes de hacer clic, debemos asegurarnos de que realmente hemos enfocado (señalado) el punto o el objeto deseado, prestando atención a la forma del puntero. Cuando no enfocamos ningún objeto (aunque creamos que sí porque se encuentra muy próximo) el puntero tiene forma de cruz.



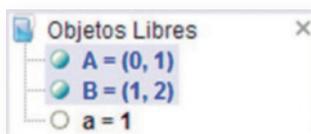
En cambio, cuando hemos conseguido enfocar el objeto, el puntero toma la forma de flecha y el objeto señalado aparece ligeramente resaltado:



Naturalmente, el botón izquierdo del ratón también nos permite seleccionar las herramientas y opciones de menús, señalar un punto de la vista gráfica o introducirnos en el Campo de Entrada.

Selección de varios objetos y marco de selección

Si cuando elegimos los objetos mantenemos pulsada la tecla Ctrl, podremos elegir varios a la vez.



[Nota] En la Vista Algebraica, también mantener pulsada la tecla **Mayús** para seleccionar un bloque de objetos.

También se pueden seleccionar varios objetos en la vista gráfica simplemente enmarcándolos. Para ello basta un clic con la herramienta **Elige y mueve** en la posición que ocupará una esquina del rectángulo que enmarcará a los objetos, y manteniendo el botón del ratón pulsado, arrastrarlo; todos los objetos que se encuentren completamente en el interior del rectángulo enmarcado (marco de selección) quedarán seleccionados.



Propiedades

Podemos acceder al cuadro de diálogo Propiedades de objeto de varias maneras:

- Haciendo clic derecho sobre el objeto.
- Haciendo doble clic sobre el objeto en una vista gráfica.
- Haciendo doble clic sobre el objeto en la Vista Algebraica, siempre que no sea un objeto libre (en cuyo caso esta acción abriría la edición inmediata).
- Seleccionando el objeto y pulsando posteriormente el ítem del Menú Edita Propiedades.

¡Atención! Los objetos fijos deben liberarse primero para poder ser modificados.

Cambio colectivo de propiedades

Dentro del cuadro de diálogo, a la izquierda, se muestra un listado con todos los objetos agrupados por tipo.



En ese listado podemos usar el ratón para seleccionar varios objetos dispersos con ayuda de la tecla Ctrl o todo un grupo continuo de objetos con la tecla Mayús. También podemos hacer clic sobre el nombre del tipo de objeto (por ejemplo, Poligonal) para que todos los objetos de ese tipo queden elegidos para su modificación. Este procedimiento ahorra mucho tiempo cuando queremos dotar de la misma propiedad o estilo a varios objetos a la vez.

El icono a la izquierda de cada objeto informa sobre su actual estado de visibilidad (expuesto, oculto). Basta hacer clic sobre este icono para cambiar este estado.

Práctica 3

- a) Menú Archivo Nuevo (sólo si es necesario; se pretende vaciar cualquier contenido anterior).
- b) Introducir varios puntos, ocho como mínimo.
- c) Clic derecho sobre uno de ellos y acceder al cuadro de diálogo Propiedades.
- d) Con ayuda de las teclas Ctrl o Mayús, o haciendo clic sobre el nombre del tipo de objeto, probar a seleccionar varios a la vez en la lista de la izquierda.
- e) Modificar alguna propiedad de los puntos seleccionados. En particular, convertir en fijo algún punto y comprobar que no se puede ni modificar ni eliminar mientras mantenga esa propiedad.

Uso del ratón: la herramienta **Elige y mueve**

El ratón tiene un papel decisivo en GeoGebra. Muchas de las acciones las realizaremos con su ayuda. Todas las acciones que vamos a describir suponen que tenemos elegida la herramienta fundamental: **Elige y mueve**.

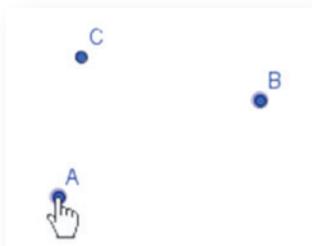
[Nota] Para volver a esa herramienta, desde cualquier otra, basta pulsar sobre **Elige y mueve** o la tecla **Esc**.

Arrastrar uno o varios objetos

Una vez seleccionados uno o más objetos, hacemos clic sobre uno de ellos y, sin dejar de pulsar el botón izquierdo del ratón, lo arrastramos (junto al resto, si hay más de un objeto seleccionado). Al arrastrar, el icono del puntero pasa a ser una mano. La imagen muestra un arrastre de los puntos A y B. Obsérvese que ambos están resaltados (seleccionados), no así el punto C.

Si habíamos seleccionado varios objetos, hay que soltar la tecla **Ctrl** para proceder a su arrastre. En caso contrario, desplazaríamos toda la Vista Gráfica.

[Nota] Los objetos fijos deben liberarse primero para poder ser arrastrados.



[Nota] Podemos arrastrar un deslizador (como veremos en la sección **Animar**) incluso con la herramienta **[Elige y mueve]** desactivada. Basta arrastrarlo con clic derecho.

Práctica 4

- Menú Archivo Nuevo (sólo si es necesario; se pretende vaciar cualquier contenido anterior).
- Introducir varios puntos, ocho como mínimo.
- Probar a seleccionar varios a la vez, tanto en la **Vista Algebraica** como en la **Vista Gráfica**.
- Probar a arrastrar varios a la vez.
- Probar a desplazar la **Vista Gráfica** haciendo uso de la tecla **Ctrl**.

Objetos fijos

Podemos hacer que un objeto se mantenga fijo activando esa propiedad en el cuadro de diálogo Propiedades.

[Nota] Podemos arrastrar un deslizador incluso una vez fijado. Basta arrastrarlo con clic derecho.

Desplazar la vista gráfica

Si mantenemos pulsada la tecla **Ctrl** y mientras hacemos clic y arrastramos el ratón sobre la **Vista Gráfica**, toda ella se desplazará. El puntero cambia, mostrando una imagen de cuatro flechas. Esta acción es equivalente a usar la herramienta **Desplaza Vista**.

Si después de desplazar la **Vista Gráfica** queremos volver a la posición inicial, basta abrir el Menú contextual de la vista gráfica (clic derecho sobre una parte vacía de ella) y elegir la opción **Vista Estándar**.

Eliminar

Pulsando la tecla **Supr** (o eligiendo **Borra** en el Menú contextual del objeto, o usando la herramienta **Elimina**, o el ítem del Menú Edita Borra) podemos eliminar el objeto u objetos previamente seleccionados (por ejemplo, mediante un marco de selección).

[¡Atención!] Junto con el objeto, se eliminarán todos los objetos dependientes de él, salvo los objetos fijos y los que tengan objetos fijos dependientes de ellos. Los objetos fijos deben liberarse primero para poder ser eliminados.

Práctica 5

- Menú Archivo Nuevo (sólo si es necesario; se pretende vaciar cualquier contenido anterior).
- Elegir el Punto (clic sobre ese botón) y colocar varios puntos en la **Vista Gráfica**.
- Desplegar los botones relacionados con ese botón, elegir Centro y añadir algunos puntos medios (marcando un par de puntos para cada nuevo punto medio).

[¡Atención!] Debemos asegurarnos de seleccionar correctamente los puntos, esperando a que el puntero cruciforme se transforme en flecha antes de hacer cada clic.

- Volver a la herramienta fundamental: **Elige y mueve**.
- Observar en la **Vista Algebraica** que los primeros puntos son objetos libres, mientras que los puntos medios son dependientes.

- f) Explorar las posibilidades de modificación de la apariencia de los puntos haciendo clic derecho sobre ellos.
- g) Clic derecho con la herramienta **Elige y mueve** sobre una parte vacía de la **Vista Gráfica** y explorar las posibilidades que ofrece el Menú contextual de vista gráfica.
- h) Eliminar todos los objetos creados.

Zoom

Si hacemos clic derecho sobre un punto vacío de la **Vista Gráfica**, y sin dejar de pulsar el botón derecho del ratón, lo desplazamos (arrastrar y soltar), y se ampliará (zoom de acercamiento) la región rectangular que quede enmarcada.

La rueda del ratón permite hacer un zoom de la **Vista Gráfica**, de ampliación o reducción según el sentido de giro. El centro de la homotecia (el único punto de la vista que permanecerá fijo) será la posición del puntero del ratón en la **Vista Gráfica**. Por lo tanto, si deseamos aproximarnos a un punto particular lo mejor es señalarlo con el puntero y luego usar la rueda del ratón.

Práctica 6

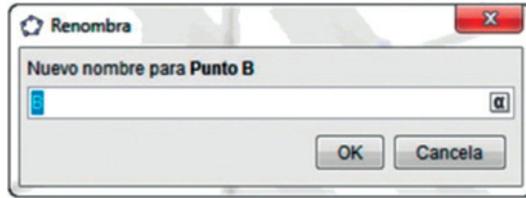
- a) Menú Archivo Nuevo (sólo si es necesario; se pretende vaciar cualquier contenido anterior).
- b) Añadir un nuevo punto situándolo sobre el eje de las abscisas (herramienta Punto, clic sobre el eje X). Asegurarse de que el punto sólo se puede mover en ese eje.
- c) Realizar algunos acercamientos y alejamientos mediante los procedimientos anteriormente indicados.
- d) Abrir el Menú contextual de vista gráfica (clic derecho sobre una parte vacía de ella) y elegir la opción Vista Estándar.

Renombrar

En el cuadro de diálogo **Propiedades**, pestaña **Básico**, podemos cambiar el nombre del objeto. También se puede hacer clic derecho para elegir el ítem del Menú contextual **Renombra**.

Si el nuevo nombre ya existía para otro objeto, éste cambiará también de nombre (normalmente, se le añade automáticamente un subíndice).

[Nota] Otro procedimiento, más directo, para renombrar cualquier objeto consiste simplemente en seleccionarlo (clic) y comenzar a escribir el nuevo nombre.



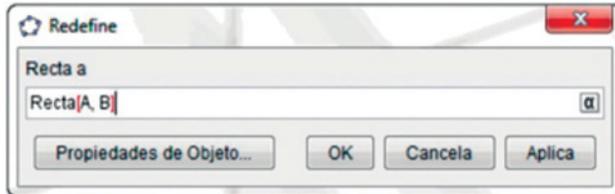
Si acabamos de crear un objeto y queremos asignarle un nombre concreto, ni siquiera es preciso seleccionar el objeto, pues justo cuando se crea un objeto éste ya queda seleccionado, así que basta comenzar a escribir el nuevo nombre.

En el caso de haber seleccionado más de un objeto, se asume que el objeto a renombrar es el último creado.

Cada objeto tiene su propio y exclusivo nombre, que puede ser el rótulo que lo identifique en las vistas gráficas y en la **Vista Algebraica**.

Redefinir objeto

Podemos redefinir un objeto haciendo doble clic sobre él. El cuadro de diálogo que se abre **Redefine**, también permite abrir el cuadro de diálogo Propiedades:



[La tecla **F3** es muy útil para revisar la definición de un objeto].

Otra alternativa es seleccionarlo y pulsar **F3** (alternativamente, hacer Alt y clic en el objeto).

Al pulsar **F3** después de elegir un objeto (o Alt clic sobre él), se traslada su definición al Campo de Entrada. Este procedimiento es particularmente útil cuando:

- » La definición del objeto es una expresión larga.
- » Queremos hacer uso de la lista desplegable de comandos.
- » Queremos copiar la definición de un objeto en otro, sea de nueva creación o ya creado.

La redefinición es particularmente útil, pues nos permite liberar o relacionar los objetos ya definidos sin necesidad de reiniciar toda la construcción. El resto de los objetos se acomodarán automáticamente a la nueva definición. Todo ello es sumamente versátil para una modificación retrospectiva de lo construido. Conviene tener en cuenta que también es posible cambiar el orden de las etapas de construcción dentro del Protocolo de la Construcción.

Por ejemplo, al final de la Práctica 1 podemos escribir en el Campo de Entrada $B = 3A$ y todo se reajustará a la nueva definición de B.

Ahora bien, esto supone que debemos ser especialmente cuidadosos a la hora de escribir el nombre de un nuevo objeto al crearlo desde el Campo de Entrada, pues si ese objeto ya existía **GeoGebra** no creará uno nuevo sino que redefinirá el que ya existe.

Por ejemplo, para redefinir una recta que pasa por los puntos A y B como un segmento que los tiene como extremos, se hace doble clic sobre la recta y se ingresa Segmento [A, B] en el cuadro de diálogo **Redefine**.

[¡Atención!] Los objetos fijos deben liberarse primero para poder ser redefinidos.

Animación

Animación manual desde el teclado

Podemos animar manualmente cualquier punto mediante las teclas de **flecha**. El punto debe ser previamente seleccionado, ya sea en una **vista gráfica** o en la **Vista Algebraica**.

Además, los puntos sobre recorridos, es decir, los puntos que pertenecen a otro objeto geométrico y conservan movilidad en él, pueden animarse mediante las teclas + y -.

Las mismas teclas sirven para variar el valor de un deslizador desde el teclado. Manteniendo pulsadas determinadas teclas, se puede alterar la velocidad de desplazamiento multiplicándola por un factor:

Tecla Mayús: factor 1/10

Tecla Ctrl: factor 10

Tecla Alt: factor 100

[Nota] Todas estas teclas de animación también sirven para cambiar los valores de los números en la Vista Algebraica.

Animación automática de un deslizador

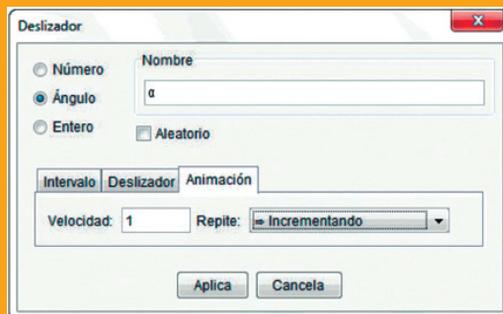
En el cuadro de diálogo **Propiedades**, pestaña Básico, podemos decidir si un deslizador (más adelante, en la práctica 8, veremos qué es y cómo se crea) se anima automáticamente o no. También se puede hacer clic derecho sobre el deslizador para elegir el ítem del Menú contextual **Animación automática**.

Cuando la animación automática se encuentra activada, aparece un botón en la esquina inferior izquierda de la **Vista Gráfica**. Este botón permite parar y reiniciar el avance.



Práctica 7

- Menú Archivo Nuevo (sólo si es necesario; se pretende vaciar cualquier contenido anterior).
- Elegir **Deslizador** y hacer clic sobre la **Vista Gráfica**. Elegir las opciones de "Ángulo" e "Incrementando". Elegir el nombre α . Pulsar el botón **Aplica**.



c) En el Campo de Entrada escribir (3: α). Para escribir α hacer clic en ese símbolo, desplegando el cuadro **Símbolos**.

α	β	γ	δ	ϵ	ζ	η	θ	κ	λ
μ	ξ	ρ	σ	τ	ϕ	ϕ	χ	ψ	ω
Γ	Δ	Θ	Ξ	Π	Σ	Φ	Ω	∞	\otimes
$\frac{1}{2}$	\neq	\leq	\geq	\neg	\wedge	\vee	\parallel	\perp	\in
\subseteq	\subset	\times	2	3	$^\circ$	i	π	e	

d) Pulsar Intro

e) Clic derecho sobre el deslizador (en la **Vista Gráfica** o en la Vista Algebraica), para abrir su menú contextual y activar el ítem “**Animación Automática**”.

f) Usar el botón **Pausa-Reproduce**

El signo ; de la expresión (r;) se refiere a coordenadas polares. Si en vez (3;) hubiéramos ingresado (3,) habríamos obtenido un segmento vertical.

La expresión (r;) en polares equivale a la expresión $r(\cos(), \sin())$ en cartesianas. En esta última expresión, observemos el espacio que hay entre r y el paréntesis: es el signo de la multiplicación (también se puede usar el asterisco *).

Animación automática de un punto en un recorrido

Ya sea desde el Menú contextual del objeto o desde el cuadro de diálogo **Propiedades**, pestaña **Básico**, podemos animar automáticamente un punto sobre un recorrido (una circunferencia, por ejemplo).



Capas

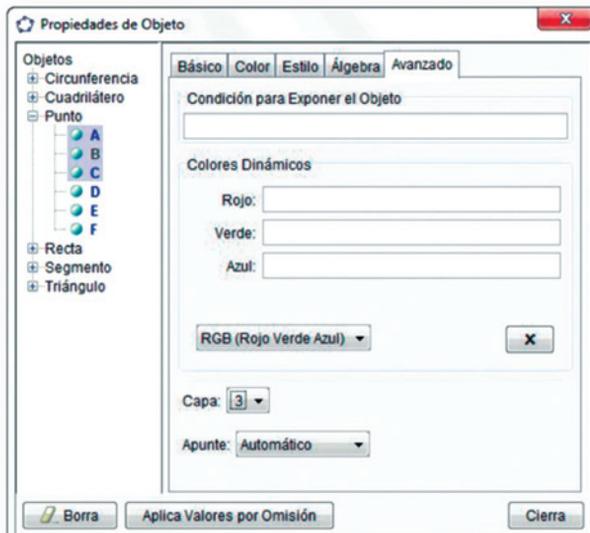
Gracias a las capas podemos alterar el orden en el cual se muestran los objetos, de forma que objetos que hemos creado con anterioridad pueden pasar a primer plano, situándose por encima (ocultándolos total o parcialmente) de objetos creados posteriormente.

Además, las capas nos permiten determinar los objetos que se seleccionarán o arrastrarán al hacer clic sobre varios de ellos.

Disponemos de 10 capas numeradas del 0 al 9. Las de índice mayor se superponen a las de valor más bajo.

Todos los objetos se sitúan por defecto en la capa más alta que se haya asignado a algún objeto. Inicialmente esta capa es la de índice 0, es decir, la situada más “al fondo” de la Vista Gráfica.

La capa asignada a un objeto cualquiera puede modificarse desde la pestaña **Avanzado** del cuadro de diálogo **Propiedades**.



Una vez modificado el índice de capa para un objeto (con un valor diferente de 0 que es el del fondo), todos los nuevos objetos quedarán en la capa de valor más alto (por ejemplo, capa 3), ocupada por algún objeto.

Después de seleccionar cualquier objeto o conjunto de objetos, podemos elegir todos los demás en la misma capa con el ítem Menú **Edita** selecciona la capa activa. En el caso de haber seleccionado varios objetos, este ítem solo está disponible si todos los objetos seleccionados son de la misma capa.

Construcciones ultraligeras

GeoGebra ofrece un entorno intuitivo y amable. Cada herramienta expone un texto de ayuda de forma permanente en pantalla. Al escribir cada comando, pulsando **F1**, también podemos obtener ayuda en línea sobre su uso.

Algunas características de **GeoGebra** son particularmente versátiles. La facilidad para desplazar los objetos, crear un deslizador (es decir, un parámetro), mostrar u ocultar objetos, o dotarlos de un determinado color según la condición deseada, ayuda a crear en poco tiempo entornos de aprendizaje ricos en contenidos matemáticos.

En este curso veremos algunos ejemplos de construcciones que se pueden realizar en muy poco tiempo, a la vez que muestran usos y métodos generales de GeoGebra.

Preparación del escenario

En la mayoría de las actividades deberemos decidir algunas características generales del entorno. Concretamente, existen tres aspectos que debemos indicar:



¿Se muestran los Ejes?



¿Se muestra la Cuadrícula?



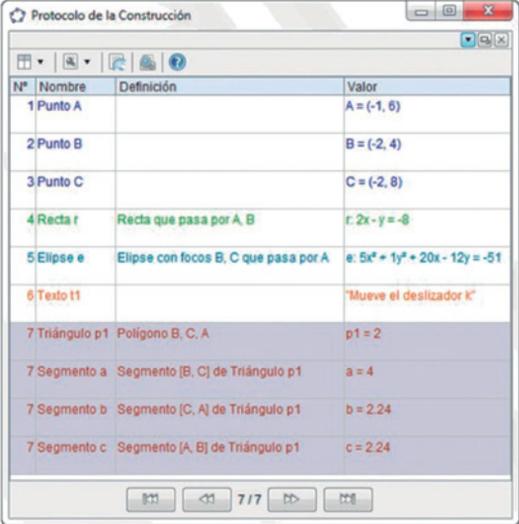
¿Qué tipo de atracción tendrán los puntos de la Cuadrícula?

Para mostrar o no los **Ejes** y la **Cuadrícula** podemos elegir la opción en el Menú **Vista**, pero habitualmente lo más rápido y sencillo es usar la Barra de **Estilo** de esta vista.

También conviene recordar que si estamos diseñando una actividad que contenga rótulos (etiquetas, texto) para proyectarla sobre una pantalla será recomendable aumentar el tamaño de la letra a 20 o 24 puntos, así como engrosar un poco las líneas más finas.

Protocolo y Barra de Navegación

Para el análisis de las construcciones ya realizadas, las utilidades de **Protocolo de la Construcción** y **Barra de Navegación**, ambas accesibles a través del **Menú Vista**, pueden ser de gran ayuda.



Nº	Nombre	Definición	Valor
1	Punto A		$A = (-1, 6)$
2	Punto B		$B = (-2, 4)$
3	Punto C		$C = (-2, 8)$
4	Recta r	Recta que pasa por A, B	$r: 2x - y = -8$
5	Elipse e	Elipse con focos B, C que pasa por A	$e: 5x^2 - 1y^2 + 20x - 12y = -51$
6	Texto t1		"Mueve el deslizador k"
7	Triángulo p1	Polígono B, C, A	$p1 = 2$
7	Segmento a	Segmento [B, C] de Triángulo p1	$a = 4$
7	Segmento b	Segmento [C, A] de Triángulo p1	$b = 2.24$
7	Segmento c	Segmento [A, B] de Triángulo p1	$c = 2.24$

Nombres de los objetos

Cualquier objeto ingresado puede nominarse en el momento de hacerlo. Para ello, basta escribir como prefijo de la expresión una letra o un nombre seguido del símbolo igual = o dos puntos :, si deseamos dar un nombre a una ecuación o función en el momento de ingresarla, es preferible usar los dos puntos en vez del igual (de otra forma, precisaríamos usar paréntesis para evitar ambigüedades).

El primer carácter del nombre ha de ser siempre una letra, minúscula o mayúscula.

Por defecto, los puntos se nominan con letras mayúsculas, mientras que los vectores lo hacen con minúsculas. Así, $A=(1,1)$ crea un punto, mientras que $a=(1,1)$ crea un vector.

Cada una de las siguientes expresiones se pueden copiar y pegar (**Ctrl C** y **Ctrl V**) directamente en el Campo de Entrada, con lo que podemos observar el efecto que producen:

$P = \text{Interseca}[y=4-x, \text{EjeX}]$

$r: x=y$

$M = ((0,3) + (4,7)) / 2 \text{ long1} = \text{sqrt}((3,4) (3,4))$

$c: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4 \text{ q}(x) = x^2 \text{ o bien } g: x^2 \text{ s: } y = x + 3$

$C4 = \text{Vector}[(1,1), (2,3)]$ (C4 es también una celda de la Hoja de Cálculo)

Pueden usarse subíndices con los nombres de los objetos: A1 y sAB se anotan como A_1 y s_{AB}.

Si no asignamos explícitamente el nombre, éste se nomina automáticamente, generalmente siguiendo el orden alfabético o numérico (subíndices).

No se pueden usar espacios ni operadores en los nombres, solo letras (incluidas las letras griegas) y cifras (además del guión bajo y las llaves).

Los siguientes nombres están reservados: x, y, z, EjeX, EjeY, EjeZ y los nombres de todas las funciones predefinidas: abs(x), cos(x), exp(x), floor(x), ln(x), random(), round(x), sgn(x), sin(x), sqrt(x), tan(x), etc.

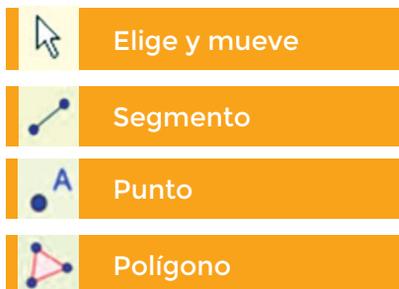
Los objetos cuyos nombres (como B5, AC4, Z81, AZ25, ...) coincidan con celdas de la Hoja de Cálculo ocuparán dichas celdas automáticamente.

Usar GeoGebra como geoplano

En este ejemplo, se propondrá el cálculo del perímetro de un polígono.

Herramientas y comandos

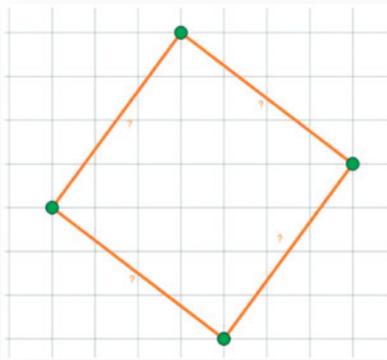
Se necesita mostrar la Cuadrícula y obligar a los puntos a permanecer en ella. Podemos elegir entre dos tipos de Cuadrícula: la ortogonal y la isométrica. Finalmente, solo necesitamos puntos que hagan de pivotes y segmentos en vez de gomas elásticas.



Construcción paso a paso

- » Herramienta  **Punto**. Colocar cuatro puntos sobre intersecciones de la Cuadrícula.
- » Herramienta  **Segmento**. Unir los cuatro puntos con segmentos haciendo clic con esta herramienta sobre cada par de puntos.
- » Alternativamente, se podría haber usado la herramienta  **Polígono** para realizar este paso y el anterior a la vez, especialmente si deseamos sombrear la región cerrada con algún color.
- » Herramienta  **Elige y mueve** (o pulsar la tecla Esc). Probar a mover los vértices con ayuda de esta herramienta, hasta colocarlos en la posición deseada.

Ejemplo de construcción



Funciones

El estudio de las familias de funciones es especialmente sencillo con **GeoGebra**. Basta crear los deslizadores correspondientes a los coeficientes o parámetros que deseamos variar para observar su efecto en la función.

GeoGebra también permite toda clase de operaciones con funciones, incluidas la composición, derivación e integración.

En este ejemplo prepararemos una construcción que facilite la observación del papel que juega cada coeficiente de una cuadrática.

Herramientas y comandos

Veremos la diferencia entre introducir un lugar geométrico e introducir una función. También usaremos las herramientas:

Elige y mueve **ABC** **Texto**

Construcción paso a paso

Crearemos la familia de funciones lineales.

Entrada: 1 (se creará el número a).

Entrada: 1 (se creará el número b).

Entrada: 1 (se creará el número c).

En el cuadro de diálogo Propiedades (clic derecho sobre c, por ejemplo, o elegir **Menú Edita Propiedades**), seleccionamos el tipo Número, que es equivalente a seleccionar todos los números, y activamos **Muestra Objeto** en la pestaña **Básico**.



Este procedimiento es igual de rápido que el uso de la herramienta **Deslizador**, pero ofrece la ventaja de disponer los deslizadores perfectamente alineados. Posteriormente, si así lo deseamos, podríamos arrastrarlos en bloque seleccionándolos a la vez con ayuda de la tecla Ctrl o enmarcándolos con la herramienta fundamental **Elige y mueve**.

En el mismo cuadro de diálogo, establecemos Muestra Rótulo en **Nombre y Valor**.

El apartado **Manual Cuadros de diálogo Propiedades** explica con detalle el uso de este cuadro de diálogo.

Entrada: $a x^2 + b x + c$ (se creará la función f).

En la expresión anterior, no hay que omitir el espacio entre a y x , y entre b y x , pues tal espacio es el operador de multiplicación. Ver uso de los espacios.

Si hubiéramos introducido la expresión $y = a x^2 + b x + c$ (como una ecuación en x e y), **GeoGebra** consideraría a la cuadrática como objeto “parábola” (o “cónica”) en vez de como objeto “función”. La diferencia entre ambas consideraciones se revela en las distintas acciones que podemos efectuar a través de los comandos (la lista no es exhaustiva):

Comandos de parábola $y = a x^2 + b x + c$	Comandos de función cuadrática $f(x) = a x^2 + b x + c$
Vértices	Extremo
Tangente	Tangente
Foco	Raíz
Directriz	Factoriza
Parámetro	Polinomio Taylor
Ejes	Punto inflexión
Eje principal	Simplifica
Eje secundario	Desarrolla
Ángulo	Longitud
Diámetro conjugado	Curvatura
Polar	Vector curvatura
	Círculo osculador
	Derivada
	Lista de iteración
	Suma trapezoidal
	Integral

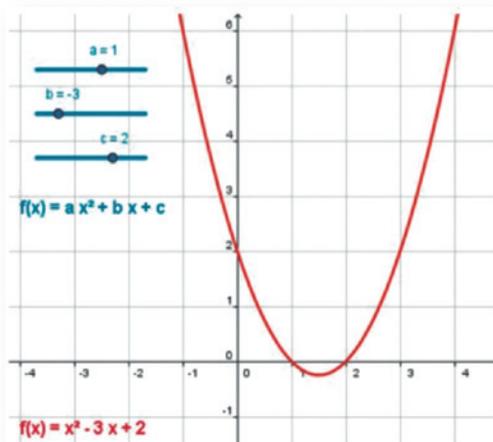
Herramienta Elige y mueve. Arrastramos la función f desde la Vista Algebraica hasta la vista gráfica. Al hacerlo, se creará un texto en la vista gráfica.

Este procedimiento equivale a elegir la herramienta Texto, hacer clic en un lugar vacío de la vista gráfica y editar el texto mixto $f(x) = f$.

También podríamos haber optado por mostrar simplemente el rótulo de f , eligiendo la opción “Nombre y valor”. Hay dos inconvenientes si usamos este método: no tendremos acceso a estilos de letra y no podremos posicionar con precisión el texto. Además, la posición del texto se moverá con la gráfica, lo que a veces será deseable y a veces no.

Herramienta Elige y mueve. Variamos los parámetros a , b y c observando en cada caso cómo afectan sus cambios a la gráfica de la función, particularmente el signo de cada uno.

Ejemplo de construcción



Derivada

El aprendizaje del estudio local de una función requiere la observación de las variaciones que se producen en cada punto de la gráfica de la función. Al poder colocar un punto móvil sobre cualquier gráfica obtenemos una rápida visualización de lo que sucede para distintos puntos.

En este ejemplo prepararemos una construcción que facilite la observación de la relación entre la pendiente de la recta tangente a la gráfica de una función en un punto y el valor de la función derivada en ese punto.

Construcción paso a paso

Trazamos la gráfica de la función y la recta tangente en un punto de ella.

Práctica Etapa 1

Entrada: $x^3 - 3x^2 + 2$ (se creará la función f).

Herramienta Punto. Colocamos un punto (A) sobre la gráfica de la función.

Herramienta Tangentes. Trazamos la recta tangente a la gráfica de la función por el punto A.

Herramienta Pendiente. Visualizamos la pendiente (m) de esa recta tangente.

Entrada: $(x(A), m)$ (se creará el punto B).

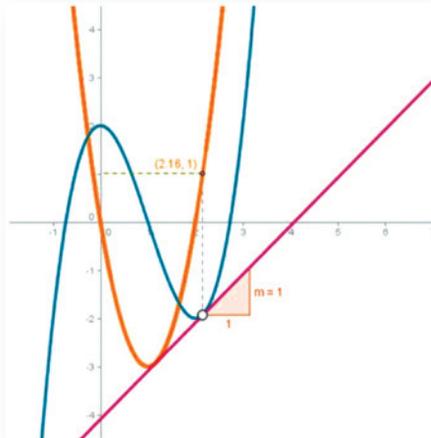
Activamos el rastro de B y movemos A. Recordemos que Ctrl+F elimina el rastro.

Para remarcar todavía más la relación entre A y B, trazamos segmentos de guía y mostramos el rótulo con el valor de B.

Práctica Etapa 2

Entrada: Segmento [A, B] Segmento [B, (0,y(B))]

Ejemplo de construcción



Se contempla dos formas generales de usar GeoGebra:

Herramienta del estudiante: para realizar construcciones desde cero, ya sean dirigidas o abiertas, de resolución o de investigación.

Herramienta del profesor: para realizar materiales educativos estáticos (imágenes, protocolos de construcción) o dinámicos (demostraciones dinámicas locales, applets en páginas web).

Vamos a fijar ahora nuestra atención en la realización de materiales educativos estáticos por parte del profesor.

En este acápite veremos cómo crear las siguientes imágenes en poco tiempo. Esto nos permitirá, por ejemplo, insertarlas posteriormente en un documento de texto o en una presentación.

Ejemplo de aplicación

Construcción paso a paso

En esta actividad veremos un ejemplo de cómo crear una lista dependiente de dos variables usando el comando Secuencia. Herramientas y comandos a utilizar:

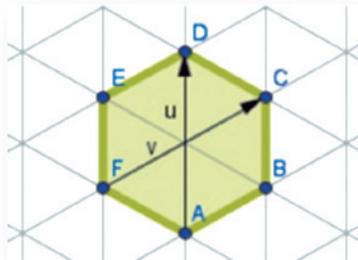


Antes de empezar debemos preparar nuestra área de trabajo activando la cuadrícula y los ejes.

Dibujaremos un hexágono regular sobre la cuadrícula isométrica. Con ayuda de Polígono, construir un hexágono regular ABCDEF (polígono1), con dos vértices opuestos en A(0,0) y D(0,2).

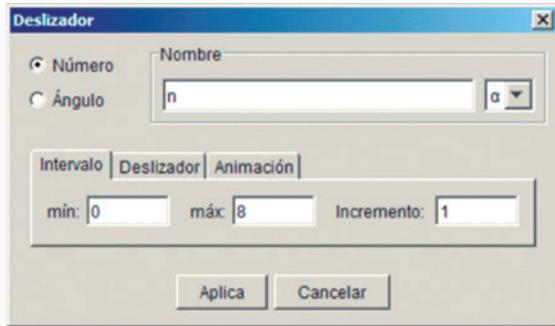
Ahora crearemos dos vectores independientes.

Usando Vector, definir el vector (u) de A a D y el vector (v) de F a C.



Vamos a definir un deslizador que más adelante nos servirá para establecer las cotas de los parámetros.

- » Con ayuda de Deslizador, definir un parámetro n entre 0 y 8 con incremento de paso 1.



- » Escoger  **Elegir, mover** y arrastrar el segmento del deslizador hasta la posición que se desee. Fijar su posición, en el cuadro de diálogo Propiedades, para evitar su desplazamiento accidental.

Ya estamos en condiciones para crear una serie de combinaciones lineales ($s u + t v$) de los vectores independientes u y v que nos permitan trasladar la figura hexagonal por el plano.

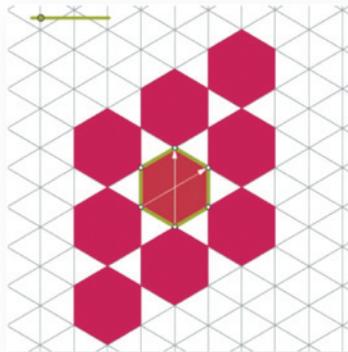
- » Entrada:

Secuencia [Secuencia [Traslada[polígono1, $s u + t v$], s , $-n$, n], t , $-n$, n]
Para terminar, mejoraremos el estilo.

Establecer el estilo (color, grosor, sombreado...) que se considere más oportuno para los objetos creados, a través del cuadro de diálogo Propiedades.

[Nota] Se debe tener en cuenta que la lista creada se comporta como un solo objeto a efectos de establecer su estilo.

Ejemplo de construcción Cálculo simbólico en Geogebra



Actividad de reflexión

Usted maestra y usted maestro ¿Cómo integra el desarrollo de ejercicios matemáticos al desarrollo de capacidades productivas con sentido Socio-comunitario, en las y los estudiantes?

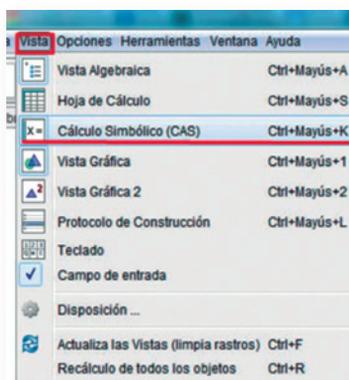
Cálculo simbólico en Geogebra

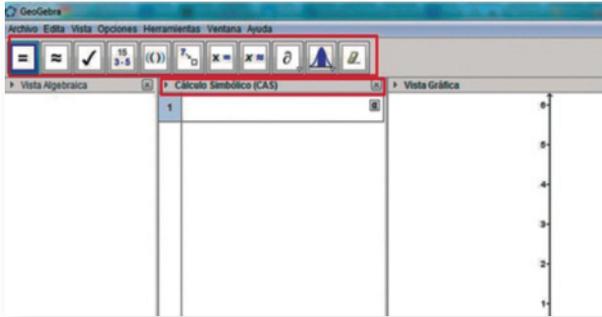
El Cálculo Simbólico (CAS) en Geogebra es una herramienta que nos permite desarrollar las siguientes operaciones:

- » Factorización de números y polinomios.
- » Operaciones con fracciones algebraicas.
- » Resolución de ecuaciones.
- » Resolución de sistemas de ecuaciones.
- » Discusión de sistemas.
- » Cálculo diferencial.
- » Cálculo integral.
- » Cálculo de límites.
- » Sumas y productos de series.
- » Vectores y matrices.
- » Simplificación de expresiones trigonométricas.
- » Resolución de ecuaciones diferenciales.

Para habilitar esta herramienta, seleccionamos la opción Vista de la barra de menús, y seleccionamos la opción **Cálculo Simbólico (CAS)**.

Al activar esta herramienta, en la ventana principal de trabajo se mostrará una ventana adicional en donde se podrá desarrollar diferentes operaciones. Asimismo, se muestra un panel adicional de herramientas específicas para realizar diferentes tareas de resolución.

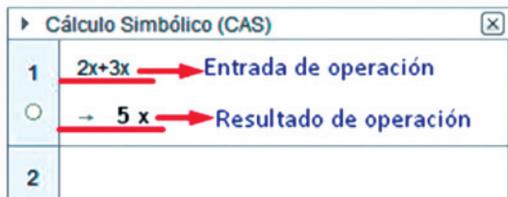




Operaciones con cálculo simbólico

El Cálculo Simbólico (CAS) de Geogebra es bastante parecido a una calculadora científica, ya que permite desarrollar diferentes tipos de operaciones, desde aritméticas, algebraicas hasta funciones, además de permitir interactuar con las vistas Gráfica y Algebraica de la ventana principal de trabajo.

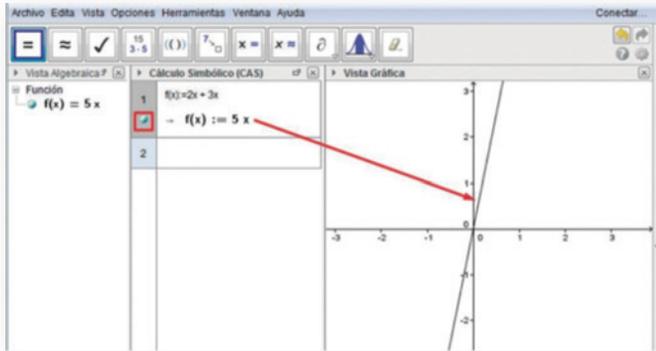
Para desarrollar cualquier tipo de operaciones, la ventana de CAS se encuentra estructurada por filas. De forma independiente, en cada una ingresamos la operación requerida, y al pulsar enter, esta herramienta calcula el resultado de la misma.



Debajo de cada número que identifica la fila del resultado se encuentra la opción de **habilitar** o no la vista gráfica de la operación desarrollada. Al activar esta opción, el resultado de la operación desarrollada se mostrará en la vista gráfica del panel de trabajo.

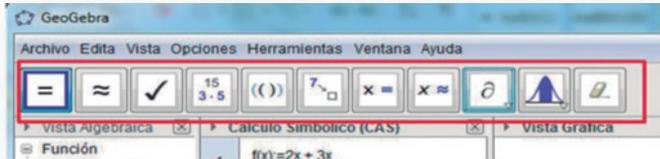
Como en el resto de los comandos de **Geogebra**, el desarrollo de operaciones implica el uso de operadores y comandos.

A continuación conoceremos algunos operadores y atajos para caracterizar y desarrollar diferentes operaciones.



OPERADOR	NOMBRE	ATAJOS	NOMBRE
+ -	Suma, Resta	=	Repite la entrada previa (Válida únicamente en filas vacías)
* /	Multiplicación, división)	Repite la entrada previa encerrada entre paréntesis (Válida únicamente en filas vacías)
^	Potencia	espacio	Repite la salida previa (Válida únicamente en filas vacías)
Factoriza()	Factoriza un número o expresión.	Alt - i	Unidad
MCD []	Máximo común divisor	Alt - p	pi Número Pi
MCM []	Mínimo común múltiplo	Alt - e	Número e
Divisores()	Halla los divisores de un número	#,#n	Copiar la salida previa, Copiar la salida de la fila n

Además de los varios operadores y comandos que sirven como herramientas para el desarrollo de operaciones, la barra de herramientas de CAS ofrece diferentes opciones para el desarrollo de operaciones.



Cada una de ellas, de forma intuitiva, es un apoyo importante para el desarrollo de operaciones.

A continuación conocemos las funciones de cada una de las herramientas de CAS:

NOMBRE	INDICACIÓN	COMANDO EQUIVALENTE
Evalúa	Cálculo exacto del resultado.	=
Valor numérico	Aproxima numéricamente el valor de la expresión	ValorNumérico [expresión]
Conserva entrada	Mantiene la expresión introducida sin alterarla.	
Factoriza	Descompone la expresión en factores irreducibles (o primos).	Factoriza [n]
Desarrolla	Aplica la propiedad distributiva, eliminando los paréntesis.	Desarrolla [Expresión]
Sustituye	Sustituye el valor de una expresión por otro. (a=5, b=6)	Sustituye [expresión, a reemplazar, reemplazo]
Resuelve	Resuelve una ecuación o un sistema de ecuaciones.	Resuelve [ecuación]
Resolución numérica	Resuelve una ecuación o un sistema de ecuaciones dando un valor numérico aproximado.	
Derivada	Halla la primera derivada de la expresión (en x o en la primera variable siguiendo el orden alfabético).	Derivada [f(x)]

Desarrollo de operaciones con CAS

Para conocer mejor la funcionalidad del Cálculo Simbólico de Geogebra, desarrollamos algunas operaciones.

Problema 1:

Proponga a sus estudiantes el cálculo de operaciones combinadas con números enteros y fracciones a partir de la siguiente expresión $-3+4*(2-5*3)$ para el estudio de la jerarquía.

a. Introducimos la siguiente expresión:

$-3+4*(2-5*3)$ y seleccionamos conservar entrada . Esta opción mantiene la entrada.

b. Pinchamos sobre la salida (resultado) de la primera fila, para que se copie en la fila 2.

c. Seleccionamos evalúa , y obtenemos el resultado de la operación.

d. Ahora volvemos a introducir la fila anterior, escribiendo = en la fila 3 y empezamos a realizar las operaciones aplicando la jerarquía; seleccionamos $5*3$ y hacemos clic en evalúa.

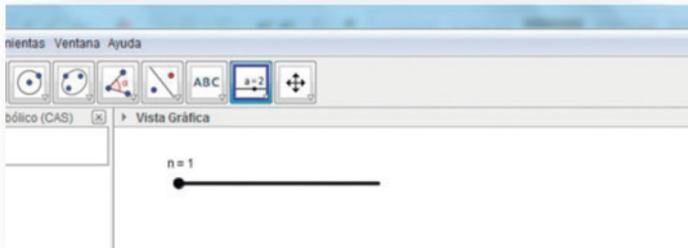
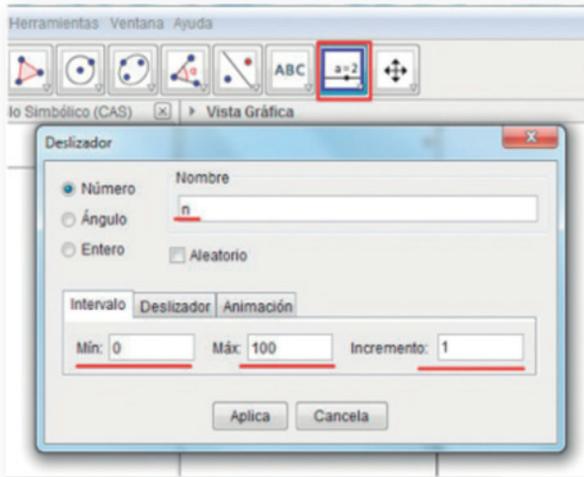
Cálculo Simbólico (CAS)	
1	$-3+4*(2-5*3)$
<input type="radio"/>	$\checkmark -3 + 4 (2 - 5 \cdot 3)$ a
2	$-3 + 4 (2 - 5 (3))$
<input type="radio"/>	$\rightarrow -55$ b
3	$-3 + 4 (2 - 5 (3))$
<input type="radio"/>	$\rightarrow -3 + 4 (2 - 15)$ c
4	$-3 + 4 (2 - 15)$
<input type="radio"/>	$\rightarrow -3 + 4 (-13)$ d
5	$-3 + 4(-13)$
<input type="radio"/>	$\rightarrow -3 - 52$
6	$-3 - 52$
<input type="radio"/>	$\rightarrow -55$

e. Copiamos en la fila siguiente y seguimos realizando el proceso hasta que obtenemos un único número, comprobando que éste coincide con el valor que se obtiene en la fila 2.

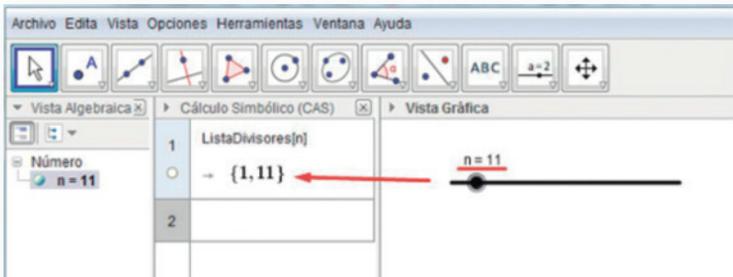
Problema 2:

Con ayuda de un deslizador, determina la lista de divisores de los números menores que 100 para establecer cuáles son primos y cuáles no.

- Primero, con la herramienta deslizador, de la vista gráfica, insertamos un deslizador en un punto del plano. En las opciones, asignamos el nombre n, indicamos un valor mínimo de 0, valor máximo de 100, e incremento de 1, para el deslizador.



- Posteriormente, en la ventana CAS ingresamos el siguiente comando: `Listadivisores[n]`. Este comando identifica los divisores del valor de n , `Divisores[n]`, que cuenta la cantidad de divisores. Para comprobar, deslizamos el punto de la barra deslizador insertada en la ventana gráfica.



- A partir de esta acción podemos emplear diferentes comandos para obtener el resultado esperado. En este caso introducimos los siguientes comandos: `Esprimo[n]`, `Primoprevio[n]`, `Primosiguiente[n]`. Estos comandos identificarán si el valor de n es o no primo, cuál es el número primo previo, o el número primo siguiente, respectivamente.

- Escribimos n en la siguiente fila y aplicando (factoriza) obtenemos la factorización del número que tengamos asignado al deslizador.
- En las siguientes filas aplicaremos los comandos Factores[n], que devuelve una matriz con los factores en la primera columna y su multiplicidad en la segunda. FactoresPrimos[n], que muestra una lista con todos los factores primos de n .
- Si movemos el deslizador tendremos los cálculos automáticamente en la Vista de Cálculo Simbólico.

The screenshot shows the Geogebra CAS interface with two views: 'Cálculo Simbólico (CAS)' and 'Vista Gráfica'. The CAS view displays the following commands and results:

1	ListaDivisores[n]	- {1, 11}
2	EsPrimo[n]	- true
3	PrimoAnterior[n]	- 7
4	PrimoSiguiente[n]	- 13

The 'Vista Gráfica' view shows a slider for n with two positions:

- When $n = 11$, the results are:
 - Factoriza: $2^3 \cdot 3$
 - Factores[n]: $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$
 - FactoresPrimos[n]: {2, 2, 2, 3}
 - ListaDivisores[n]: {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}
- When $n = 24$, the results are:
 - Factoriza: $2^3 \cdot 3$
 - Factores[n]: $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$
 - FactoresPrimos[n]: {2, 2, 2, 3}
 - ListaDivisores[n]: {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}

Desarrollo de ecuaciones con CAS

Entre las actividades que permite Geogebra se encuentra la resolución de ecuaciones, en su sentido más amplio, lo que supone que no estarán reducidas a ecuaciones polinómicas.

Por un lado, en la vista algebraica disponemos de los comandos Raíz y Raíz Compleja para obtener las raíces de un polinomio, según el tipo y según los valores. El resultado aparecerá en forma exacta o aproximada.

Al utilizar en la vista CAS los comandos Soluciones o Resuelve, que corresponde al botón de la barra de herramientas, obtendremos, siempre que sea posible, las raíces en forma exacta de una ecuación que puede ser polinómica o no, como ocurre en los ejemplos siguientes.

Para obtener los factores complejos disponemos del comando FactorC como complemento a Factoriza y SolucionesC o ResoluciónC, como complemento a los comandos Soluciones o Resuelve.

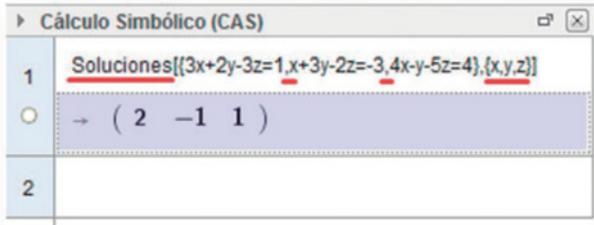
Problema 1:

Resolvemos el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$3x + 2y - 3z = 1 \quad x + 3y - 2z = -3$$

$$4x - y - 5z = 4$$

Para desarrollar este sistema de ecuaciones lineales con tres incógnitas ingresamos el comando Soluciones[{{primera ecuación, segunda ecuación, tercera ecuación},{variable1, variable2, variable3}]. Las ecuaciones ingresadas son separadas por una coma.



Problema 2:

Comprueba los resultados haciendo la descomposición en factores del polinomio.

Comprobar que “a” es una raíz del polinomio p(x).

Siendo:

$$a = \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5} \quad p(x) = x^8 - 40x^6 + 352x^4 - 960x^2 + 576$$

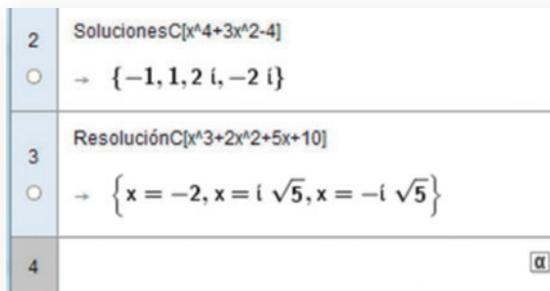
Cálculo diferencial e integral con CAS

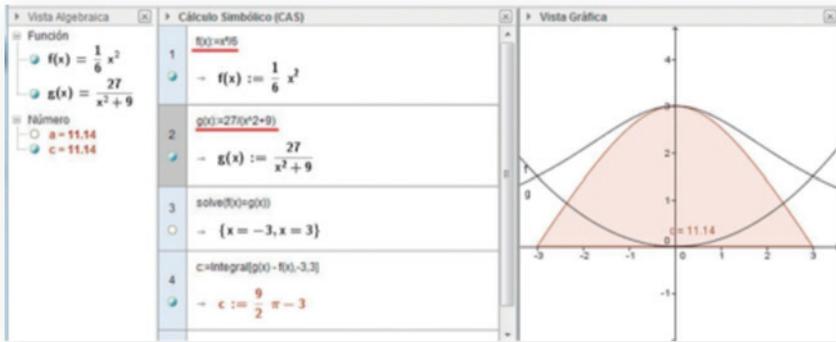
Como en otros cálculos expuestos anteriormente, la diferencia entre la vista CAS y la algebraica está en la forma de representación de los resultados, en forma exacta en la primera y aproximada en la segunda, como podemos comprobar en el siguiente ejemplo:

Problema 1:

Hallar el área encerrada entre las dos curvas siguientes:

$$y = \frac{x^2}{6} \quad y = \frac{27}{x^2 + 9}$$





Insertamos los valores de las funciones correspondientes. Posteriormente aplicamos el comando Solve() para poder resolver las funciones indicadas. Posteriormente aplicamos el comando Integral[] para poder hallar el área encerrada entre las curvas indicadas.

Como podrá observarse, tanto la vista Algebraica como la vista Gráfica permiten interactuar de diferentes modos en la resolución del ejercicio.

Actividad de valoración

A partir de las herramientas y funcionalidades aprendidas en el presente tema, elabore y desarrolle 3 consignas, orientadas al aprendizaje de la matemática a partir de la aplicación de herramientas y funcionalidades hasta aquí aprendidas.

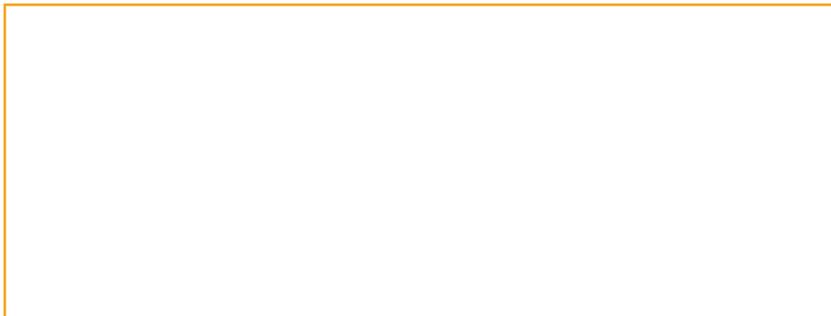
CONSIGNA	PROCEDIMIENTO PARA RESOLUCIÓN
	Resultado:-.....
	Resultado:-.....
	Resultado:-.....

Actividades de producción

Del contenido del área de matemática que imparte, ¿cuál o cuáles considera que pueden apoyarse en los programas de Math Works-heet Generator y Geogebra, para su mejor comprensión por parte de las y los estudiantes? Explique.

Sugerencias para la maestra y el maestro:

Con el deseo de fortalecer sus capacidades profesionales, sugerimos puedan usar estos programas libres:



- » CubeTest, programa para practicar la visión espacial, dirigida a la escuela primaria. El usuario tiene que contestar diez preguntas tipo test. En cada una de ellas, CubeTest muestra un cubo y cuatro posibles vistas diferentes del mismo cubo (sólo una de ellas es correcta). (<http://www.vandenoever.info/software/cubetest/cubetest.exe>).
- » Kitsune, programa para resolver problemas de aritmética, es decir, encontrar un número determinado a partir de varios números y las cuatro operaciones aritméticas elementales. El programa muestra todas las soluciones (o las mejores aproximaciones) y permite configurar el tamaño del número final y cuántos números se utilizan para calcular el número final. (<http://kitsune.tuxfamily.org/download.php?url=kitsune3.0/kit-sune-3.0.exe>)
- » Tux of Math Command, juego educativo para practicar las cuatro operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división). Las operaciones van cayendo por la pantalla y el jugador debe destruirlas antes de que lleguen al suelo escribiendo el resultado. (<http://sourceforge.net/projects/tuxmath/files/tuxmath-win32/TuxMath%202.0.2%20-%20Windows/tuxmath-2.0.2-win32-installer.exe/download>)
- » TuxMathScrabble, es un juego de Scrabble matemático, con números y las cuatro operaciones elementales. El juego dispone de cuatro modos de juego que se distinguen en el rango de valores y operaciones disponibles.
- » (http://www.cdlibre.org/descargar/soft/t/TuxMathScrabble_0-5-7_090509_WinXP.zip)
- » Graph, sencillo programa de representación de funciones matemáticas. Las representaciones pueden copiarse y pegarse en cualquier procesador de textos. (<http://sourceforge.net/projects/graph/files/Graph/Graph%204.4.2/SetupGraph-4.4.2.exe/download>)

- » GraphCalc, potente calculadora gráfica que permite tanto realizar cálculos complejos como representar funciones en dos o tres dimensiones.
- » (<http://pr-downloads.sourceforge.net/gcalc/Graph-Calc4.0.1.exe>)
- » ConvertAll, convertidor de unidades de todo tipo que maneja más de 400 unidades distintas que pueden combinarse entre sí.
- » (<http://sourceforge.net/projects/convertall/files/0.6.0/convertall-0.6.0-installuser.exe/download>)
- » Numerical Chamaleon, convertidor de unidades, con más de 3.200 unidades en 82 categorías. (<http://downloads.sourceforge.net/numchameleon/nc-1.6.0-install.zip>)



Bibliografía

- » CORTE RAMOS, Belarmino, Apuntes sobre GeoGebra... con unos toques de matemáticas, Asturias, 2008.
- » LOSADA LISTE, Rafael, GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas. Gobierno de España, Ministerio de Educación.
- » CHAVEZ BARBOSA, Eduardo, Alcances y limitaciones del Geogebra para la enseñanza de conceptos elementales de la geometría analítica (apuntes), Universidad Estatal a Distancia UNED, 2009.
- » LÓPEZ AVELLANA, Daniel, GeoGebra - Primeros Pasos, Madrid, 2009.
- » Educación Secundaria Comunitaria Productiva (Programa de Estudio), Ministerio de Educación, La Paz, 2012.

MINISTERIO DE

educación

ESTADO PLURINACIONAL DE BOLIVIA 

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Av. Arce No. 2529

www.minedu.gob.bo

<http://tic.minedu.gob.bo>

