

NA
Nivelación
Académica



Guía de Estudio

Cálculo Diferencial e Integral para la Aplicación de la Física y Química

Ciencias Naturales: Física Química



© De la presente edición

Colección:

GUÍAS DE ESTUDIO - NIVELACIÓN ACADÉMICA

DOCUMENTO:

Unidad de Formación

Cálculo Diferencial e Integral para la Aplicación de la Física y Química

Documento de Trabajo

Coordinación:

Dirección General de Formación de Maestros

Nivelación Académica

Como citar este documento:

Ministerio de Educación (2016). Guía de Estudio: Unidad de Formación

“Cálculo Diferencial e Integral para la Aplicación de la Física y Química”, Equipo Nivelación Académica, La Paz Bolivia.

LA VENTA DE ESTE DOCUMENTO ESTÁ PROHIBIDA

Denuncie al vendedor a la Dirección General de Formación de Maestros, Telf. 2912840 - 2912841

NA



Cálculo Diferencial e Integral para la Aplicación de la Física y Química

Ciencias Naturales: Física Química



Puntaje

Datos del participante

Nombres y Apellidos:

Cédula de identidad:

Teléfono/Celular:

Correo electrónico:

UE/CEA/CEE:

ESFM:

Centro Tutorial:

Índice

Presentación	7
Estrategia Formativa	8
Objetivo Holístico de la Unidad de Formación	10
Orientaciones para la Sesión Presencial	11
Materiales Educativos	13
Partiendo desde el Contacto con la Realidad, Experimentación y Experiencia.....	14
Tema 1: Funciones y Límites.....	20
Profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico.....	21
1. Definición de función	21
2. Dominio y rango	21
3. Composición de funciones	22
4. Funciones elementales	23
5. Definición de límites.....	27
6. Teorema de límites	27
7. Límites exponenciales y logarítmicos	28
8. Límites laterales.....	29
9. Continuidad	30
Tema 2: Derivadas	31
Profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico.....	32
1. Definición	32
2. Interpretación geométrica	33
3. Derivación de funciones.....	33
4. Regla de la cadena.....	35
5. Derivación implícita.....	36
6. Derivadas laterales	37
7. Derivadas y continuidad	38
8. Aplicaciones de la derivada	39

Tema 3: Gestión Educativa Curricular Escolarizada	41
Profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico.....	42
1. Definición de anti – derivada	42
3. Integración por sustitución.....	43
4. Integración por partes.....	44
5. Integración por fracciones parciales.....	45
6. Integrales trigonométricas	46
7. Integrales binómicos	46
8. Integrales de funciones irracionales	47
9. Integrales de funciones racionales trigonométricas.....	47
10. Aplicación de la integración.....	48
Orientaciones para la Sesión de Concreción	50
Orientaciones para la Sesión de Socialización	57
Bibliografía	58
Anexo	



Presentación

El proceso de Nivelación Académica constituye una opción formativa dirigida a maestras y maestros sin pertinencia académica y segmentos de docentes que no han podido concluir distintos procesos formativos en el marco del PROFOCOM-SEP. EL mismo ha sido diseñado desde una visión integral como respuesta a la complejidad y las necesidades de la transformación del Sistema Educativo Plurinacional.

Esta opción formativa desarrollada bajo la estructura de las Escuelas Superiores de Formación de Maestras/os autorizados, constituye una de las realizaciones concretas de las políticas de formación docente, articuladas a la implementación y concreción del Modelo Educativo Sociocomunitario Productivo (MESCP), para incidir en la calidad de los procesos y resultados educativos en el marco de la Revolución Educativa con 'Revolución Docente' en el horizonte de la Agenda Patriótica 2025.

En tal sentido, el proceso de Nivelación Académica contempla el desarrollo de Unidades de Formación especializadas, de acuerdo a la Malla Curricular concordante con las necesidades formativas de los diferentes segmentos de participantes que orientan la apropiación de los contenidos, enriquecen la práctica educativa y coadyuvan al mejoramiento del desempeño docente en la UE/CEA/CEE.

Para apoyar este proceso se ha previsto el trabajo a partir de Guías de Estudio, Dossier Digital y otros recursos, los cuales son materiales de referencia básica para el desarrollo de las Unidades de Formación.

Las Guías de Estudio comprenden las orientaciones necesarias para las sesiones presenciales, de concreción y de socialización. En función a estas orientaciones, cada tutora o tutor debe enriquecer, regionalizar y contextualizar los contenidos y las actividades propuestas de acuerdo a su experiencia y a las necesidades específicas de las y los participantes.

Por todo lo señalado se espera que este material sea de apoyo efectivo para un adecuado proceso formativo, tomando en cuenta los diferentes contextos de trabajo y los lineamientos de la transformación educativa en el Estado Plurinacional de Bolivia.

Roberto Iván Aguilar Gómez
MINISTRO DE EDUCACIÓN

Estrategia Formativa

El proceso formativo del Programa de Nivelación Académica se desarrolla a través de la modalidad semipresencial según calendario establecido para cada región o contexto, sin interrupción de las labores educativas en las UE/CEA/CEEs.

Este proceso formativo, toma en cuenta la formación, práctica educativa y expectativas de las y los participantes del programa, es decir, maestras y maestros del Sistema Educativo Plurinacional que no concluyeron diversos procesos formativos en el marco del PROFOCOM-SEP y PPMI.

Las Unidades de Formación se desarrollarán a partir de sesiones presenciales en periodos intensivos de descanso pedagógico, actividades de concreción que la y el participante deberá trabajar en su práctica educativa y sesiones presenciales de evaluación en horarios alternos durante el descanso pedagógico. La carga horaria por Unidad de Formación comprende:

SESIONES PRESENCIALES	CONCRECIÓN EDUCATIVA	SESIÓN PRESENCIAL DE EVALUACIÓN	
24 Hrs.	50 Hrs.	6 Hrs.	80 Hrs. X UF

FORMACIÓN EN LA PRÁCTICA

Estos tres momentos consisten en:

1er. MOMENTO (SESIONES PRESENCIALES). Parte de la experiencia cotidiana de las y los participantes, desde un proceso de reflexión de su práctica educativa.

A partir del proceso de reflexión de la práctica de la y el participante, la tutora o el tutor promueve el diálogo con otros autores/teorías. Desde este diálogo de la y el participante retroalimenta sus conocimientos, reflexiona y realiza un análisis comparativo para generar nuevos conocimientos desde su realidad.

2do. MOMENTO (CONCRECIÓN EDUCATIVA). Durante el periodo de concreción de la y el participante deberá poner en práctica con sus estudiantes o en su comunidad educativa lo trabajado (contenidos) durante las Sesiones Presenciales. Asimismo, en este periodo de la y el participante deberá desarrollar procesos de autoformación a partir de las orientaciones de la tutora o el tutor, de la Guía de Estudio y del Dossier Digital de la Unidad de Formación.

3er. MOMENTO (SESIÓN PRESENCIAL DE EVALUACIÓN). Se trabaja a partir de la socialización de la experiencia vivida de la y el participante (con documentación de respaldo); desde esta presentación de la tutora o el tutor deberá enriquecer y complementar los vacíos y posteriormente evaluar de forma integral la Unidad de Formación.





Objetivo Holístico de la Unidad de Formación

Una vez concluida la sesión presencial (24 horas académicas), la y el participante deberá construir el objetivo holístico de la presente Unidad de Formación, tomando en cuenta las cuatro dimensiones.



Orientaciones para la Sesión Presencial



Dentro de cada guía que aborda una Unidad de Formación de la especialidad de Ciencias Naturales: Física - Química, se desarrollarán diferentes contenidos planteados a partir de diversas actividades, las cuales permitirán alcanzar el objetivo del Proceso Formativo.

Al inicio del desarrollo de la presente guía de estudio, encontrarás una actividad titulada “Partiendo desde el contacto con la realidad, experimentación y experiencia”, mediante la cual podremos reforzar tus saberes y conocimientos en relación a la Unidad de Formación.

La presente Unidad de Formación, por ser de carácter formativo y evaluable, las y los participantes trabajarán en la diversidad de actividades teóricas/prácticas programadas para el desarrollo de las temáticas. Durante el proceso de desarrollo de la presente guía deben remitirse constantemente desde el principio hasta el final, al material bibliográfico (dossier digital) que se les ha proporcionado, puesto que, nos ayudará a tener una visión más amplia y clara de lo que se trabajará en toda la Unidad de Formación, programada para el siguiente conjunto de temáticas:

- Funciones y límites.
- Derivadas.
- Integrales de Integración.

Para las sesiones presenciales debe tomarse en cuenta dos aspectos:

La organización del Aula: Para comenzar el desarrollo del proceso formativo es fundamental considerar la organización del ambiente, de manera que sea un espacio propicio y adecuado para el avance de las actividades planteadas. Tomando en cuenta el tipo de actividad o actividades que se realizarán durante la sesión.

Las actividades formativas, considerando la profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico: Las actividades correspondientes a la Unidad de Formación “Cálculo Diferencial e Integral para la Aplicación de la Física y Química”, que a lo largo de los contenidos irán desarrollándose de acuerdo a las consignas en cada una de ellas, tienen relevancia a partir de las siguientes tareas:



- Aplicación de las experiencias propias, pedagógicas en el contexto.
- Resolución de las actividades planificadas.
- Descripción y construcción de gráficos (dibujos).
- Análisis y profundización de lecturas.



Materiales Educativos

El uso de los materiales y recursos educativos son herramientas que apoyan el trabajo docente, que no sólo forman parte del proceso educativo sino también transmiten conocimientos facilitando la comprensión de algunos contenidos, durante el desarrollo de la Unidad de Formación se utilizarán los siguientes materiales:

Descripción del Material/recurso educativo	Producción de conocimientos
Documentos Digitales	Fortalece de manera clara y reflexiva el desarrollo de los conocimientos nuevos a trabajar, poder analizar las concepciones brindadas, además son prácticos y de fácil consulta.
Material Audiovisual	Facilita el poder llevar a la imaginación más allá de sólo teorizar, muestra la realidad de todo aquello que se busca conocer pero a veces no se puede tener de forma tangible, desarrolla del aprendizaje visual y auditivo.
Material de escritorio (hojas, lápices, colores, plastilina, etc.)	Desarrolla la capacidad interpretativa, ejecutando diversos trabajos, formando conocimientos propios a partir de lo aprendido, volviendo suyo el conocimiento y reflejado en diversas actividades.
Contexto	Permite el fortalecimiento del conocimiento a partir de la observación y el análisis de la realidad.
Pelota de poligoma, cronómetro, calculadora, cuaderno de notas, cinta métrica o flexómetro.	Ayudará a realizar la experiencia antes de introducirse al contenido de la Guía de Estudio.
Cámara fotográfica	Almacenar información relevante como evidencias del trabajo realizado.



Partiendo desde el Contacto con la Realidad, Experimentación y Experiencia



Actualmente se desarrollan diversas actividades a diario donde casi nunca uno se ocupa de justificar el porqué de los sucesos o acontecimientos, es decir, no existe la curiosidad de ir más allá de la experiencia vivida, sin darnos cuenta que existe un mundo lleno de cálculos posibles a poder realizar para explicar lo que pasa, lo cual nos facilita el poder contextualizar los procesos formativos.

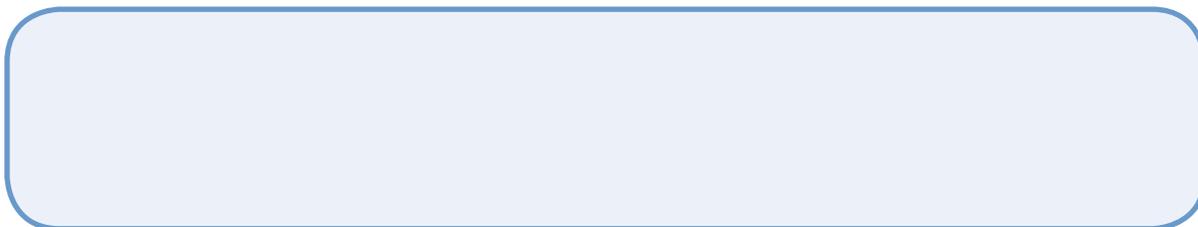
Para introducirnos al estudio de la presente Unidad de Formación, es necesario hacer algunas experiencias previas, para lo cual se trabajara en equipos comunitarios de trabajo, con los siguientes materiales:

- Pelota de poligoma.
- Cronómetro.
- Cinta métrica.
- Cuaderno de notas.
- Calculadora.

Se sugiere que para empezar la primera experiencia se desplacen a un área abierta y se delimite espacio para cada equipo de trabajo, luego se debe realizar la práctica bajo las siguientes consignas:

- Medir 100 metros y señalar desde 0 hasta 100.
- Un integrante del equipo debe correr el espacio marcado y otro cronometrará el tiempo, debe ser registrado en el cuaderno de notas, se repetirá tres veces la prueba.

Una vez realizada la experiencia, gráfica lo sucedido, por medio de la relación tiempo y distancia, determinando la rapidez para cada experiencia.



Completa la siguiente tabla con los datos obtenidos, indicando la rapidez en cada prueba y resultados promedios.

Distancia (m)	Tiempo (s)	Rapidez (m/s)
Promedio		

Responde las siguientes preguntas:

¿Cómo era el lugar donde saliste, tenía delimitaciones? ¿Qué puedes describir del momento de partida y de llegada? ¿Cómo inicio y cómo se detuvo?	
Si no hubiera existido un punto de referencia donde detenerse ¿Qué sucedía con el corredor respecto a su desplazamiento y trayectoria?	
En el momento de pasar el punto final ¿Cómo fue el ritmo de desplazamiento?	
¿Cómo defines el infinito y límite a partir de la experiencia realizada? ¿Existe relación? Si o no ¿Por qué?	



Considera los siguientes sucesos:

En 1991, Carl Lewis impuso un récord mundial, recorriendo 100 metros en 9.86 segundos, es decir, que en algún momento, recorrió 10 metros en menos de un segundo:

$$v_{\text{Carl Lewis}} = 100 \text{ m} / 9.86 \text{ s} = 10.141 \text{ m/s}$$

Y en las olimpiadas de 2008, en China, Usain Bolt recorrió los 100 metros en 9.69 segundos:

$$v_{\text{Usain Bolt}} = 100 \text{ m} / 9.69 \text{ s} = 10.319 \text{ m/s}$$

Convirtiéndose en el hombre más rápido en esa competencia. Lo que hay que observar es que, conforme el tiempo que se emplea para recorrer la misma distancia, disminuye, el cociente, es decir, la rapidez, aumenta. Ahora intenten comprender una rapidez muy grande, la velocidad de la luz. Como saben, la luz recorre una distancia enorme en poco tiempo. La velocidad de la luz es de 299, 792, 458 m/s, o aproximadamente: 300, 000 km/s, esto es, recorre 300, 000 kilómetros en un segundo.

$$v_{\text{luz}} = 100 \text{ m} / 0.0000003335640952 \text{ s} = 299' 792, 458 \text{ m/s}$$

En función a la experiencia realizada. Contesta justificando cada una de tus respuestas.

1. En la carrera de 100 metros planos ¿Cómo puedes calcular la rapidez en los últimos 10 metros de la carrera?

2. Escribe la relación para calcular la velocidad promedio para cualquier posición inicial ¿A qué concepto matemático corresponde?

- a) La raíz de la ecuación b) El vértice c) La pendiente d) La ordenada al origen



¿Será que con ese cociente, se puede determinar la rapidez que tiene el corredor en cualquier instante? ¿por qué? ¿Cómo puedes determinar si el corredor está acelerado?, justifica tus respuestas.

La pelota de poligoma debe ser soltada desde una altura de 1 metro, se debe controlar los rebotes que tiene y el tiempo que tarda en detenerse.

- Se debe repetir tres veces y observar el momento final de la pelota es decir cuando empieza a querer detenerse.

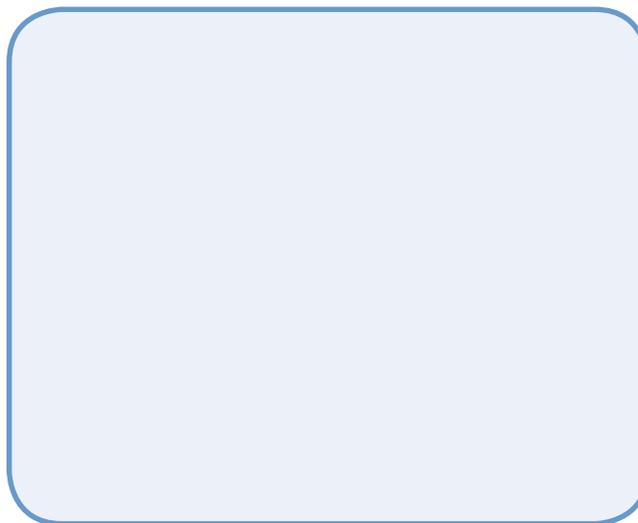
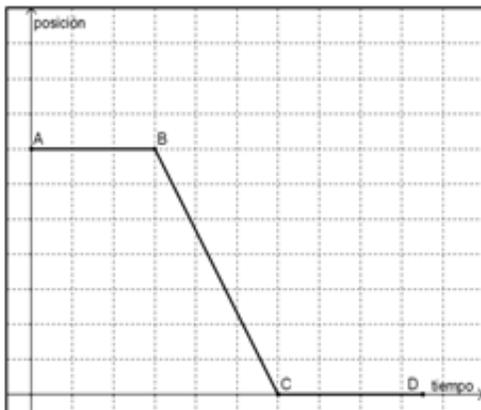
Elabora una tabla con los resultados obtenidos y la gráfica correspondiente de tiempo vs. distancia, considera el tipo de desplazamiento que se dio según los rebotes.

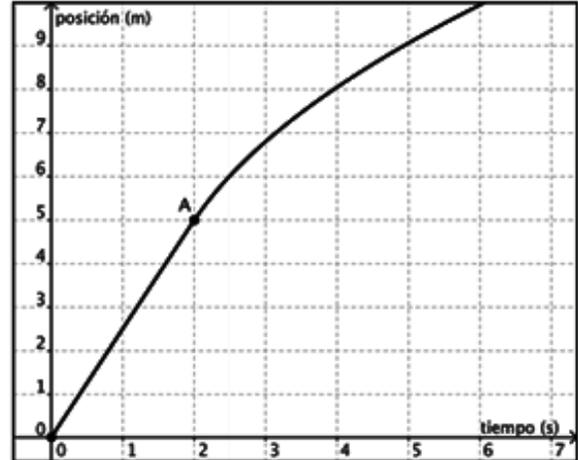
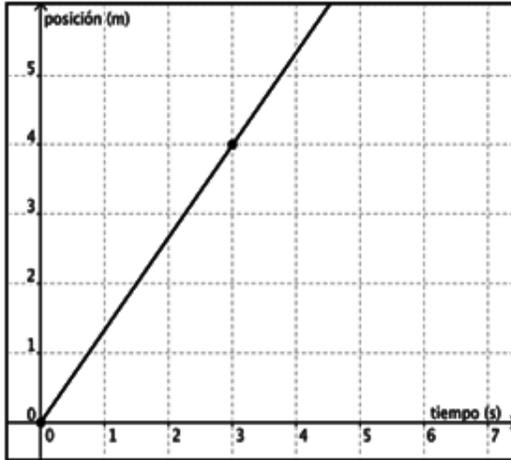


Completa el siguiente cuadro justificando tus respuestas en cada caso:

<p>Al observar detenidamente la experiencia de la pelota, ¿qué sucede cuando sueltas la pelota de poligoma? ¿Cuántos rebotes puedes calcular en ella?</p>	
<p>Respecto a la pelota de poligoma, ¿cómo defines el movimiento que sigue? ¿Qué tipo de trayectoria tubo?</p>	
<p>En los últimos instantes de rebote, ¿qué explicación te merece a partir del momento que quiere empezar a detenerse? ¿Cómo relacionas los rebotes finales que tiene?</p>	
<p>Si soltabas con fuerza la pelota de poligoma, ¿qué sucedía respecto a sus rebotes?</p>	
<p>¿Tendrá algún punto infinito sus rebotes? ¿Por qué? ¿Cómo defines dominio y rango? ¿Cuál es el límite de la pelota de poligoma?</p>	

Realizadas ambas experiencias, interpreta las siguientes gráficas describiendo el movimiento que se genera.





La siguiente actividad se plantea para ser realizada en la noche, observa el cielo y cuenta las estrellas que se visibilizan. ¿Cuántas estrellas pudiste contar? ¿Crees estar en el número exacto? ¿Por qué se dice que las estrellas son infinitas? ¿Alguna vez seguiste el origen de un arco iris? ¿Crees tenga un principio y fin? ¿Cómo defines el infinito en tu contexto?



Tema 1

Funciones y Límites

*“El vicio es un error de cálculo en la búsqueda de la felicidad.”
(Jeremy Bentham)*

El estudio del cálculo dentro de la Física – Química tiene gran incidencia al momento de interpretar las posibles soluciones que se puede desarrollar, según el planteamiento de los problemas a resolver, teniendo funciones específicas que cumplir en la aplicación de fórmulas según sea el caso a resolver.

De acuerdo al Programa de Estudio, la aplicación de funciones y límites está aplicado en cuarto, quinto y sexto año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva, considerada dentro de Cinemática, Dinámica, Estática y Electricidad, en la solución de diversos problemas según el fundamento teórico.

Las y los maestros de Física – Química, deben tomar en cuenta que la utilización de funciones y límites dentro de la especialidad, debe ser manejado como una solución paralelo o alterna a las fórmulas tradicionales dentro de los contenidos, debido a que nos da otra alternativa de solución, además es un método de dar con precisión algunos resultados, relacionando los temas dentro del área de cálculo.

Para las y los estudiantes, será de gran utilidad comprender las funciones y límites, porque por medio de ellas podrán tener un panorama amplio de resolución y considerar el origen del por qué de los diferentes acontecimientos, aplicándose dentro de los movimientos que se estudian en mecánica, analizando a la vez nuevos términos y situaciones a resolver.

La aplicaciones de procedimientos de cálculos en la Física – Química busca el desarrollar procesos cognitivos en las y los estudiantes, fortaleciendo la capacidad de análisis que se puede tener en la comprensión e interpretación de la formulación y planteamiento de los problemas de manera contextualizada.

Estos contenidos son útiles, dado que muchos desconocemos los principios y objetivos del Sistema Educativo Plurinacional, todo para que el ser humano tenga una formación integral y productiva.

Profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico

1. Definición de función

Una función es conocida como una relación entre un conjunto dado (X) y un conjunto de elementos (Y), existiendo una relación entre ambos. Para comprender acerca del mismo, realiza la lectura (A.A., s.f.) "**Funciones**" (Pág. 1- 2), y elabora una conceptualización de la relación que se da entre (X) – (Y), definiendo de manera clara lo que es una función.

2. Dominio y rango

La relación que se da entre ambos conjuntos tiene elementos definidos, conocidos como el dominio y rango. Para poder caracterizar cada uno de ellos, lee (Pérez, 2005) "**Dominio y Rango**" (Pág. 89 – 108) y completa el siguiente cuadro:

Dominio	Rango



Realiza la representación gráfica en el eje de coordenadas en función a los ejercicios propuestos dentro de la lectura anterior.

3. Composición de funciones

La composición de funciones se da por medio de la relación establecida entre los conjuntos, considerando el dominio y rango de cada una, operaciones entre funciones. A continuación revisa la lectura (Vargas & Crail, s.f.) **“Composición de Funciones”** (Pág. 2 – 11) y describe cómo se da esta relación matemática, completa los ejercicios propuestos.

Según la notación funcional, realiza un ejemplo representando la relación de conjuntos que se da.



4. Funciones elementales

Se conoce como función elemental a una función construida a partir de una cantidad finita de diversas funciones por medio de diversas operaciones, teniendo características diversas según las operaciones que se realicen en cada una, para conocer a cerca de las mismas, lee (Pérez, 2006) *“Cálculo Diferencial e integral de funciones de una variable”* (Pág. 19 – 25) y completa el siguiente cuadro, mencionando las características de cada uno e indicando la función aplicada según su representación formular y gráfica.

Función	Característica	Representación (fórmula – gráfica)
Función Polinómica y racionales		
Raíces de un número		
Potencias racionales		
Funciones logarítmicas		
Funciones Exponenciales		
Funciones de exponentes reales		

<p>Funciones trigonométricas</p>		
<p>Ángulos</p>		
<p>Funciones seno y coseno</p>		
<p>Funciones arcoseno, arcocotangente</p>		
<p>Función hiperbólica</p>		
<p>Función hiperbólica inversa</p>		



A continuación desarrolla los ejercicios propuestos en el texto citado, resolviendo de forma analítica y gráfica.

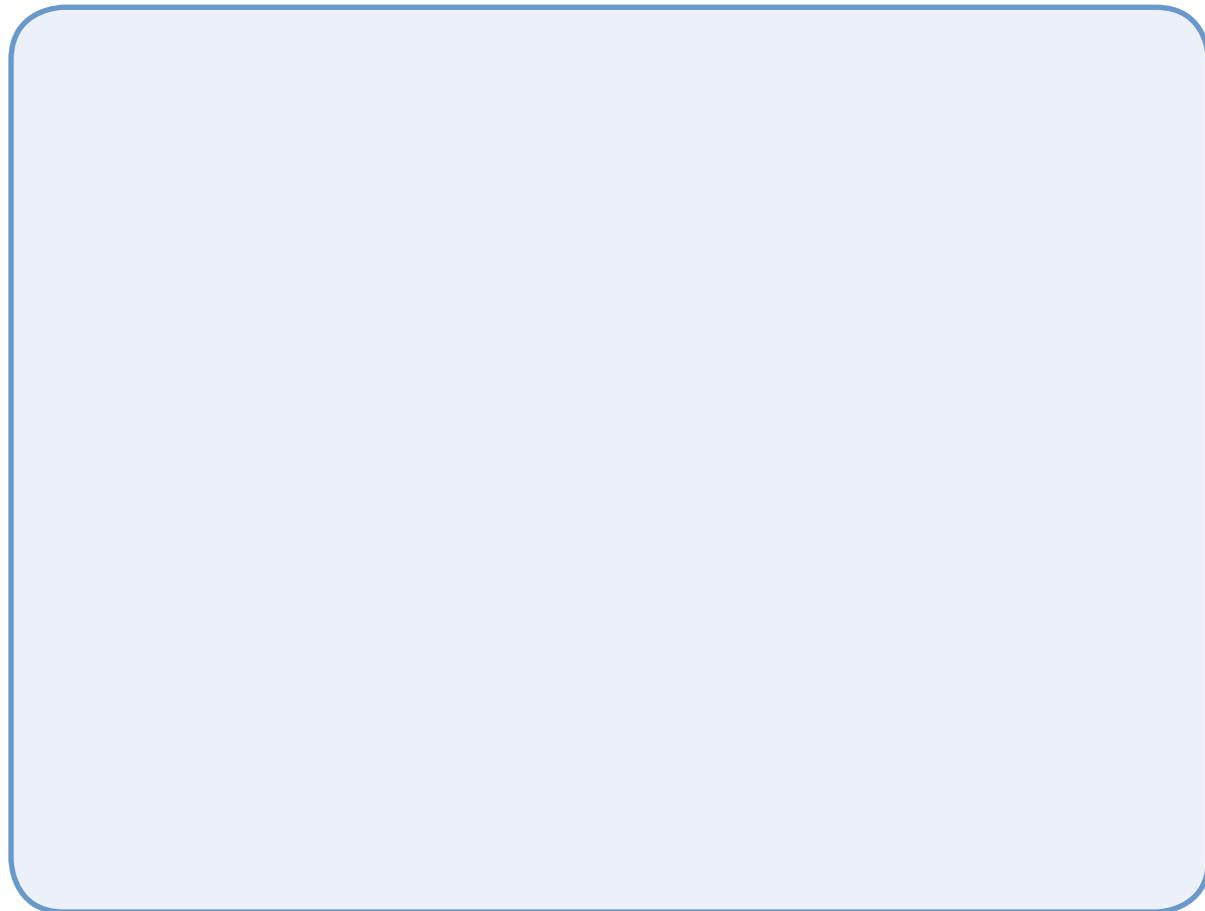
También dentro de las funciones se tiene funciones elementales complejas, las cuales se describen el libro (Pérez, 2006) *“Cálculo Diferencial e Integral de funciones de una variable”* (Pág. 35 – 35), generadas a partir de funciones especiales, mediante operaciones elementales y composición, en función al contenido describe cada una de ellas en el siguiente cuadro, indicando la representación gráfica, características y formas de representación que poseen.

Función exponencial
Función logarítmica compleja



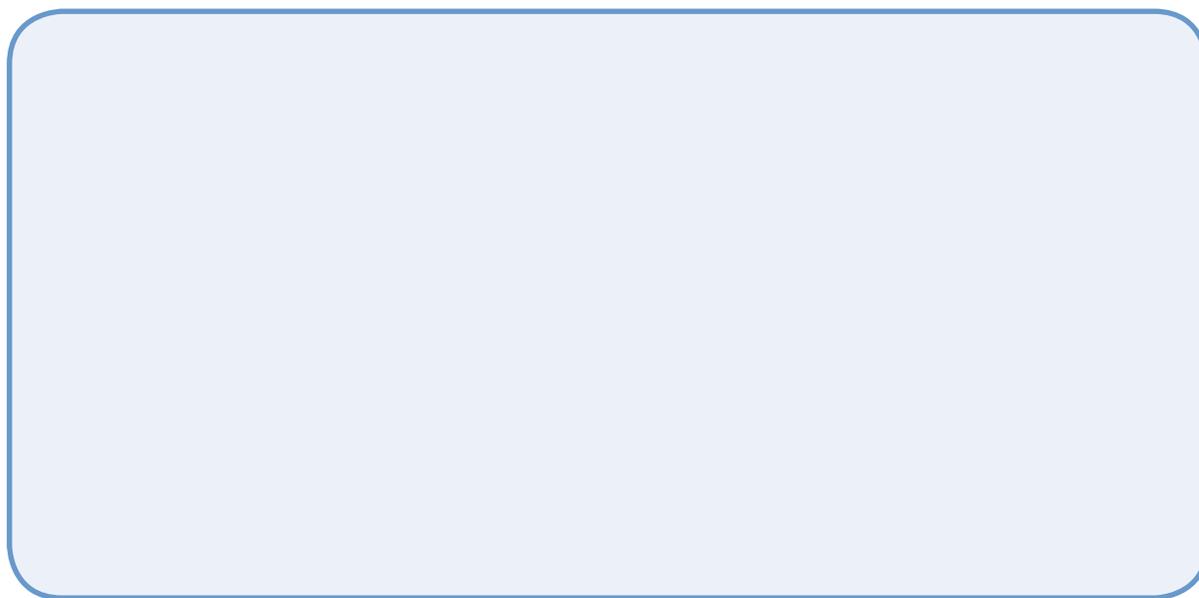
Función potencias complejas

Resuelve los ejercicios planteados en relación a las funciones elementales complejas propuestas en el texto.



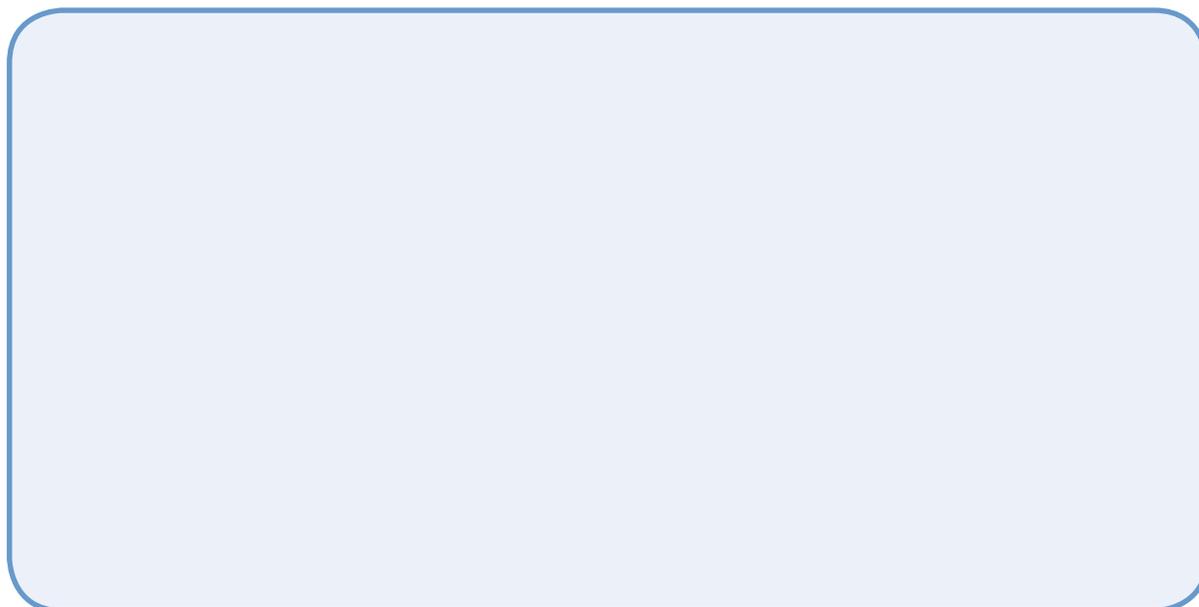
5. Definición de límites

Hacer referencia al término de límite es referirse a una noción topológica que forma la noción intuitiva de aproximación hacia un punto concreto de una sucesión o una función, para comprender acerca del mismo, lee el texto (Ayres, 1989) "*Cálculo Diferencial e Integral*" (Pág. 9 – 10) y realiza una sistematización conceptual del mismo, considerando las características y formas de representación.

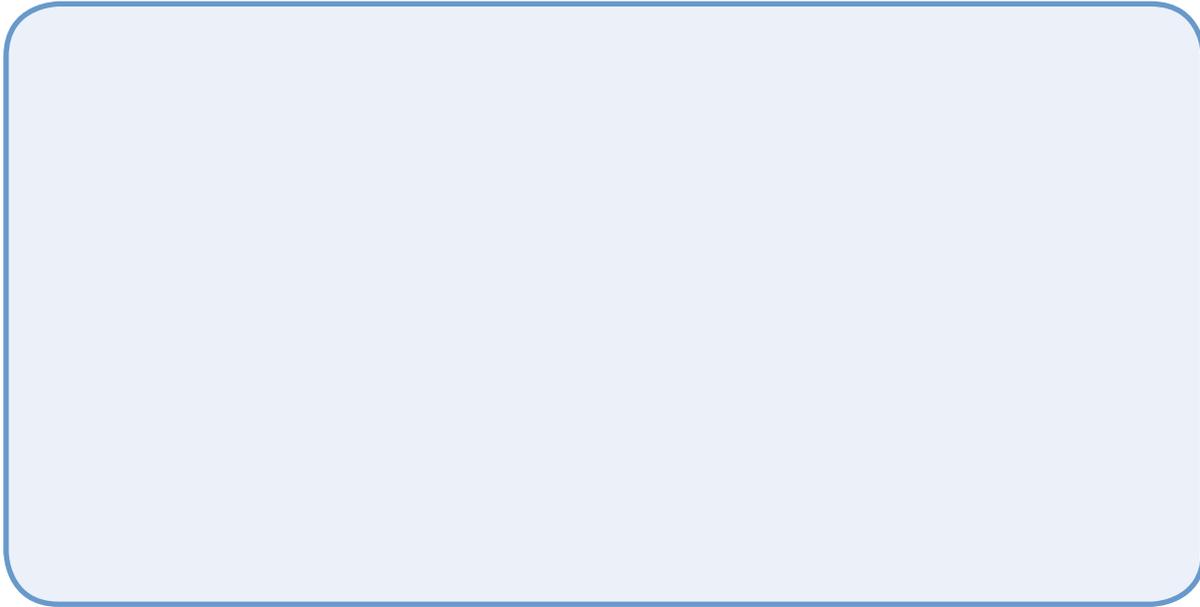


6. Teorema de límites

Revisa el libro (Ayres, 1989) "*Cálculo Diferencial e Integral*" (Pág. 10 – 17), y elabora las fórmulas representativas que se describen en el contenido del texto.



Resuelve los ejercicios planteados dentro del texto, de forma analítica y gráfica.



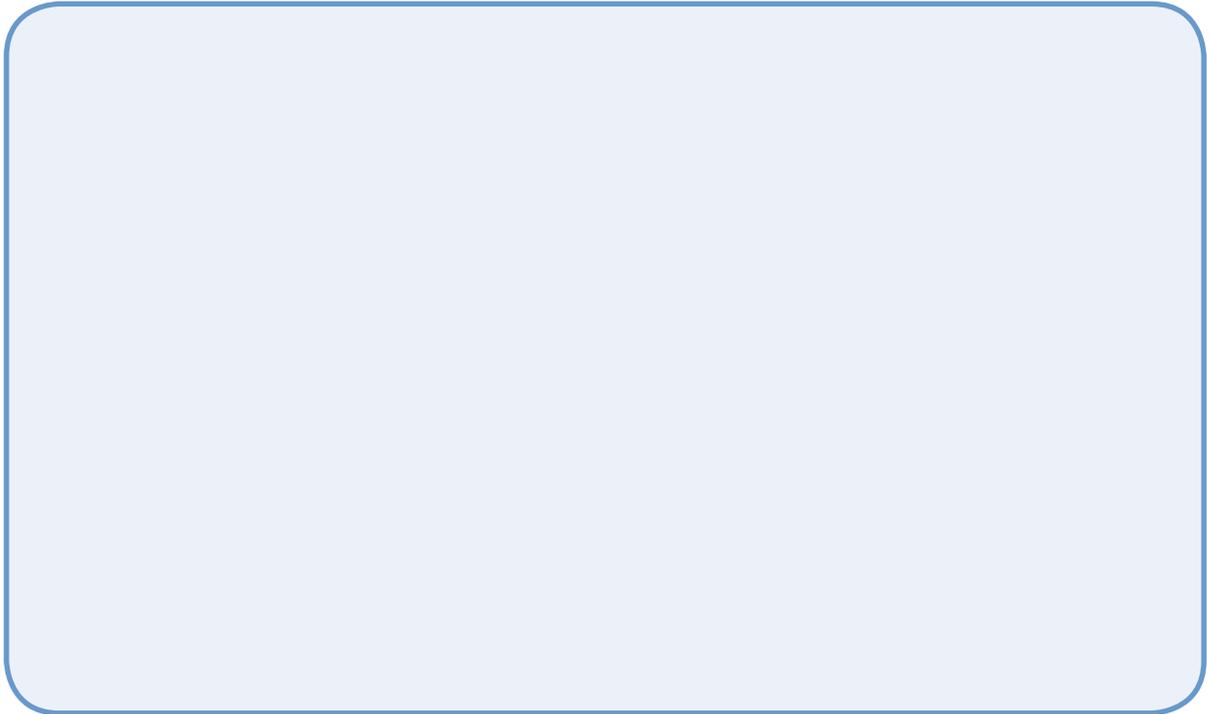
7. Límites exponenciales y logarítmicos

En función al contenido del libro (Oteyza, 2006) *“Cálculo Diferencial e Integral”* (Pág. 237 – 265) y completa el siguiente cuadro mencionando sus características, formulas y representación gráfica.

Límite exponencial	
Límite logarítmico	

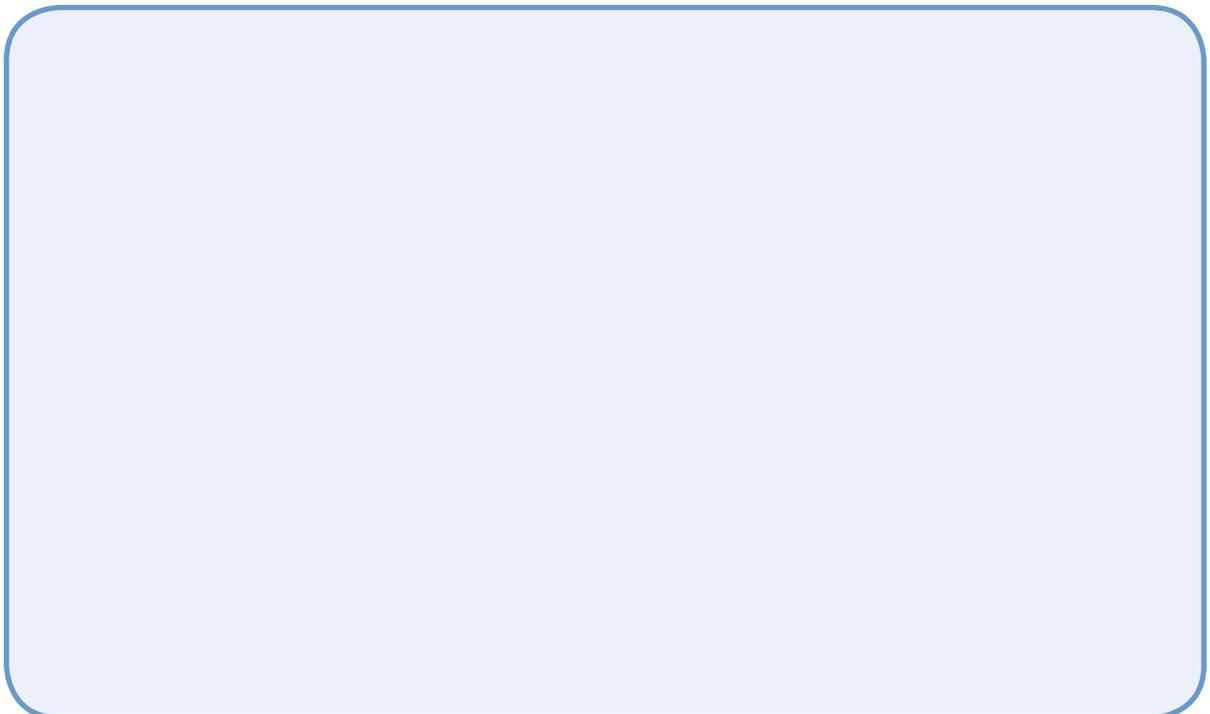


En función al contenido del libro resuelve los ejercicios propuestos, de manera analítica y gráfica.



8. Límites laterales

Revisa el contenido del libro (Oteyza, 2006) "*Cálculo Diferencial e Integral*" (Pág. 105 – 109) y explica a qué se refieren los límites laterales.



9. Continuidad

Se entiende por continuidad el cambio de variable dentro de una función, que es un punto así, para comprender acerca del contenido, lee (Ayres, 1989) *“Cálculo Diferencial e Integral”* (Pág. 18 – 21), y completa el siguiente cuadro y resuelve los ejercicios propuestos de cambio de variable.

Propiedades		
	Propiedades	Gráfica
Continuidad derecha		
Continuidad izquierda		
Continuidad intervalos		
Discontinuidad		



Tema 2

Derivadas

“Los sistemas de lenguaje humano son representaciones derivadas de un modelo más completo: la suma total de las experiencias que un ser humano ha tenido en su vida.”

John Grinder

Se entiende por derivada de una función el estudio del movimiento de una partícula, propiamente de la rapidez que se produce en ella, calculando por medio del límite el cambio de posición que se produce; es decir, se trabaja en función de un punto dado.

De acuerdo al Programa de Estudio, la representación de derivadas con el movimiento se aplica propiamente en cuarto año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva, dentro del contenido “El movimiento en la Madre Tierra” y “Manifestaciones gravitacionales de la Madre Tierra y el Cosmos”, pero también se involucra en quinto y sexto año debido a que se ve el movimiento de una partícula.

El desarrollo del presente tema permitirá a las y los maestros de Física Química, integrar de manera correlativa el estudio de la derivada con el movimiento que ejerce una determinada partícula, describiendo el desplazamiento, recorrido, funcionalidad, gráfica, entre algunas características, facilitando la interpretación de lo que es el infinito y el límite dentro de una trayectoria descrita según el tipo de movimiento ejecutado.

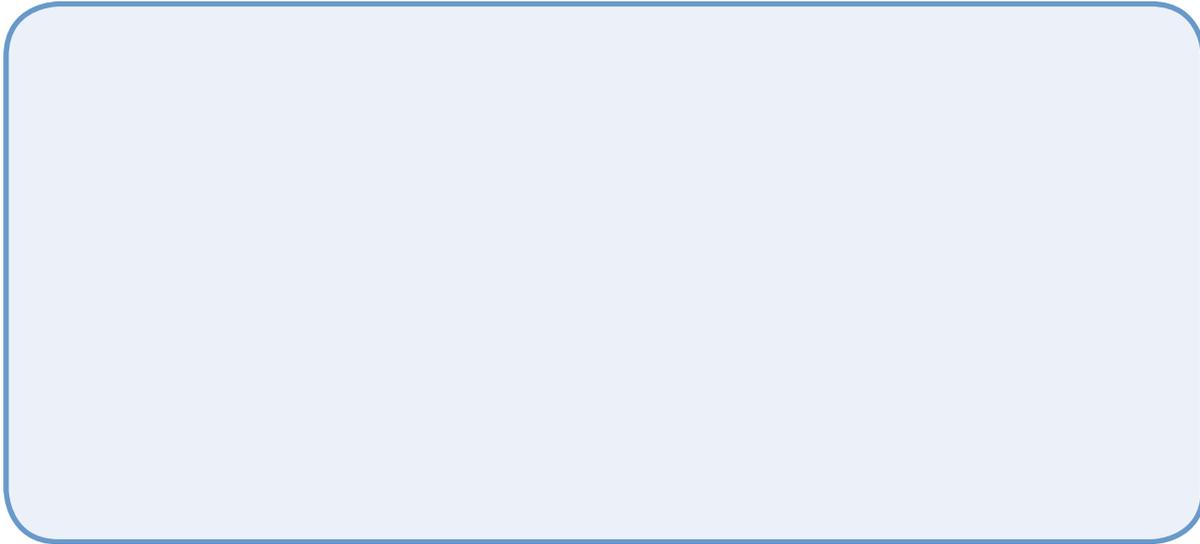
Para las y los estudiantes será relevante el conocer acerca del estudio de la derivada para tener una mejor interpretación de la forma en la que se presentan las gráficas, definiendo de esta manera el límite dentro de la misma, el recorrido planteado por medio de los ejes de coordenadas, la funcionalidad del concepto infinito, logrando de esta forma, leer correctamente las interpretaciones, además poder realizar soluciones analíticas aplicando los principios analíticos de la derivada.



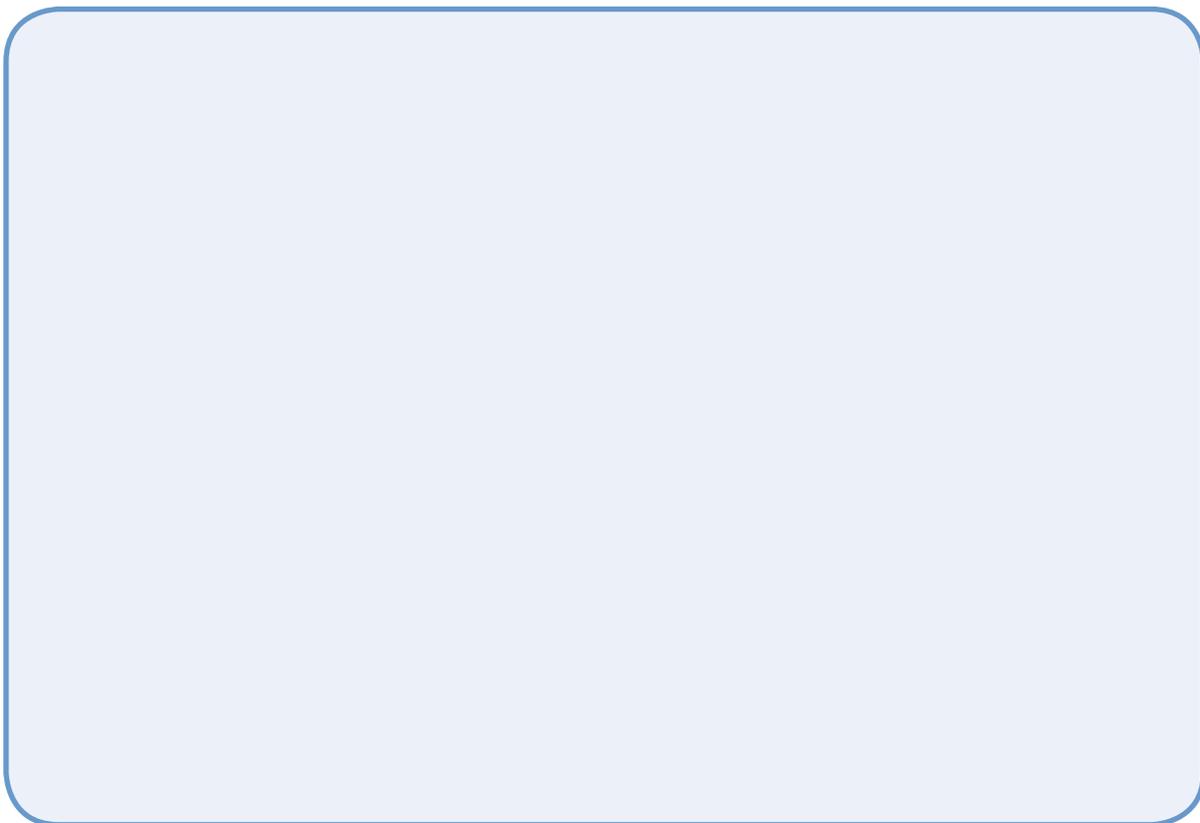
Profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico

1. Definición

Para comprender a que se refiere una derivada, lee (Ayres, 1989) *“Cálculo Diferencial e Integral”* (Pág. 22 – 27), sintetiza la información encontrada en el contenido del texto.



Comprendida la lectura, ¿Qué relaciones encuentras en la misma? ¿De qué manera podrías hacer su representación?



2. Interpretación geométrica

La forma de interpretar las derivadas es indistinta, ahora veremos desde el punto de vista geométrico, para ello revisa el libro (Pérez, 2006) *“Cálculo Diferencial e Integral de una variable”* (Pág. 202 – 205) y completa el siguiente cuadro, caracterizando cada uno e indica su representación gráfica.

Tangente de una curva	
Razón de cambio	
Velocidad instantánea	

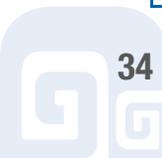
3. Derivación de funciones

La derivación funcional sucede de la combinación de funciones por medio del cambio de posición que se en el movimiento, para conocer acerca de la derivación de funciones, revisa el libro (Ayes, 1989) *“Cálculo Diferencial e Integral”* (Pág. 28 – 36 y 60 – 78), y define cada una según el siguiente cuadro:

Funciones	Propiedades	Fórmulas	Gráfica
Algebraica			
Implícita			



Trigonométrica			
Trigonométrica inversa			
Exponencial			
Logarítmica			
Hiperbólica			



Una vez desarrolla la tabla propuesta, en función al contenido del texto desarrolla los ejercicios propuestos, indicando el tipo de función en cada uno, además su representación gráfica y solución analítica.

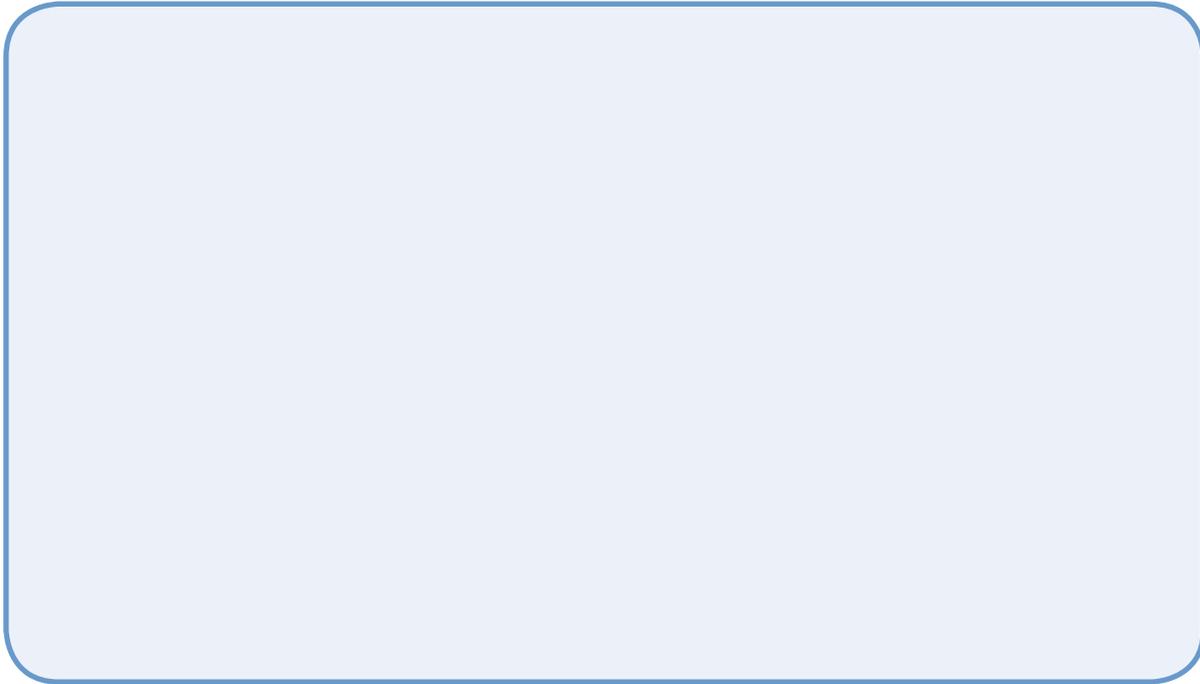
4. Regla de la cadena

La regla de la cadena es una fórmula para la derivada de la composición de dos funciones, es decir cuando existe composiciones entre ambas, lee el documento (Larson & Otros, 2006) **“Cálculo con Geometría Analítica”** (Pág. 130 – 140) y explica cómo se da este suceso entre dos funciones, considera las representaciones que se dan dentro el contenido del texto, e indica ejemplos que consideres necesarios para poder explicar el contenido.

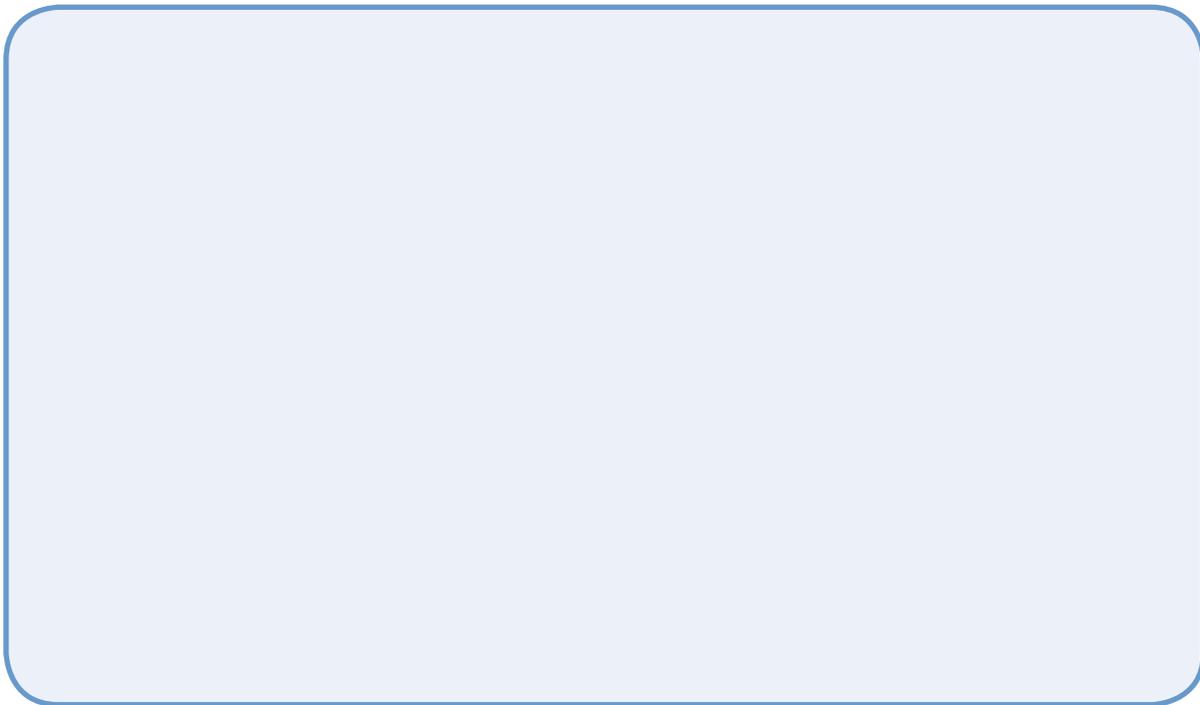


5. Derivación implícita

A continuación, revisa el documento (Larson & Otros, 2006) *“Cálculo con Geometría Analítica”* (Pág. 141 – 147) y describe en qué consiste la derivación implícita, además ejemplifica e indica las fórmulas que se aplican dentro de la ella.



En función al contenido de la lectura, desarrolla los ejercicios propuesto fundamentado de forma teórica la respuesta obtenida.



6. Derivadas laterales

Se estudia a las derivadas laterales cuando se ve las funciones por trozos, considerando derivadas por la izquierda y derecha, para comprender la misma, lee el documento (Pérez, 2006) *“Cálculo Diferencial e Integral de funciones de una variable”* (Pág. 71 - 74) y completa el siguiente cuadro:

Derivada Lateral	Propiedades	Funcionalidad	Gráfica
Derivada por la izquierda			
Derivada por la derecha			

En función al contenido del texto, indica ejemplos en casos que puedan ser aplicados dentro del proceso formativo.



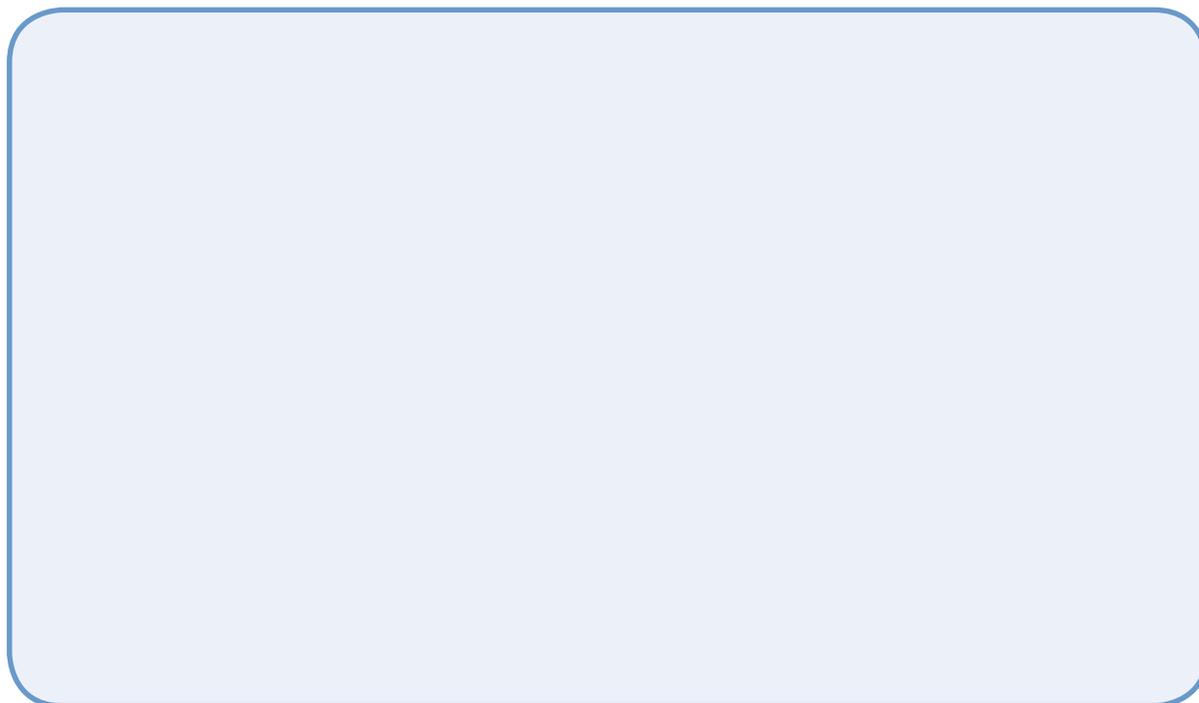
7. Derivadas y continuidad

Se considera que si una función es derivable en un punto entonces es continua, pero sino entonces se tiene una discontinuidad, considerando una relación con los límites que se pueden presentar según el movimiento de la partícula, para profundizar acerca del estudio de la continuidad, lee (Pérez, 2006) *“Cálculo Diferencia el Integral de una variable”* (Pág. 82 – 101) y (González, s.f.) *“Derivada y Continuidad”* (Pág. 121 – 131), luego desarrolla las características que posee, de acuerdo al siguiente cuadro, considerando la funcionalidad, aplicación y representaciones.

Consejos para calcular límites de funciones
Consejos para calcular límites de sucesión
Teorema de Tayler
Funciones convexas y cóncavas

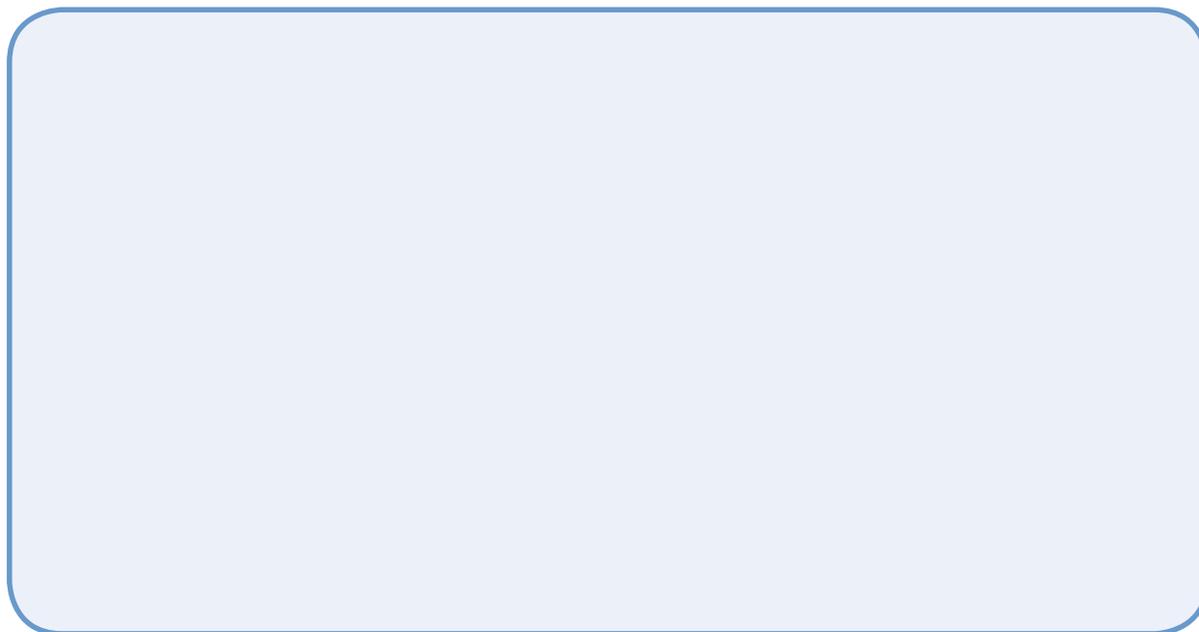


Considerando el contenido del texto, desarrolla los ejercicios propuestos en el mismo.



8. Aplicaciones de la derivada

La aplicación de la derivada es diversa, según los resultados que se buscas o las definiciones y relaciones establecidas en los diferentes ejercicios, para comprender acerca de las mismas, estudia el texto (Granville, 1998) *“Cálculo Diferencial e Integrado”* (Pág. 52 – 88) y elabora una sistematización respecto a la aplicación que tiene en los diferentes cálculos aplicados, indicando en cada uno su fórmula y gráfica.



A continuación revisa el contenido del libro (Larson & Otros, 2006) **“Cálculo con Geometría Analítica”** (Pág. 163 – 241) y describe dos procesos ejecutados, indicando en cada uno las características y los resultados que se tuvo, según las aplicaciones de la derivada.

Arco Iris	
Río Conneticut	

En función al contenido de ambos libros, resuelve 30 ejercicios propuestos.



Tema 3

Gestión Educativa Curricular Escolarizada

*“Cuando las leyes de la matemática se refieren a la realidad, no son ciertas: cuando son ciertas no se refieren a la realidad.”
(Albert Einstein)*

El estudio de las integrales obedece a una función donde se puede describir la anti - derivada, es una generalización de la suma de infinitos sumados, se basa en el estudio de varios científicos donde proponen que la derivación y la integración son procesos inversos.

De acuerdo al Programa de Estudio, las integrales de integración se desarrolla en cuarto año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva dentro el contenido de “El Movimiento en la Madre Tierra” y “Manifestaciones gravitacionales de la Madre Tierra y el Cosmos”, pero también abarca cierto espacio en sexto año dentro del análisis de la electricidad, considerando el comportamiento de las partículas y su movimiento.

En el desarrollo del contenido las y los maestros de Física - Química, podrán desarrollar la integración por medio de la aplicación de funciones establecidas dentro de los diferentes movimientos que se dan dentro de la Madre Tierra, tomando en cuenta el comportamiento de las partículas, relacionando dos campos de estudio como ser la matemática y la física directamente, debido a la relación formular que posee, pero también dentro de los cálculos estequiométricos que se realizan en química.

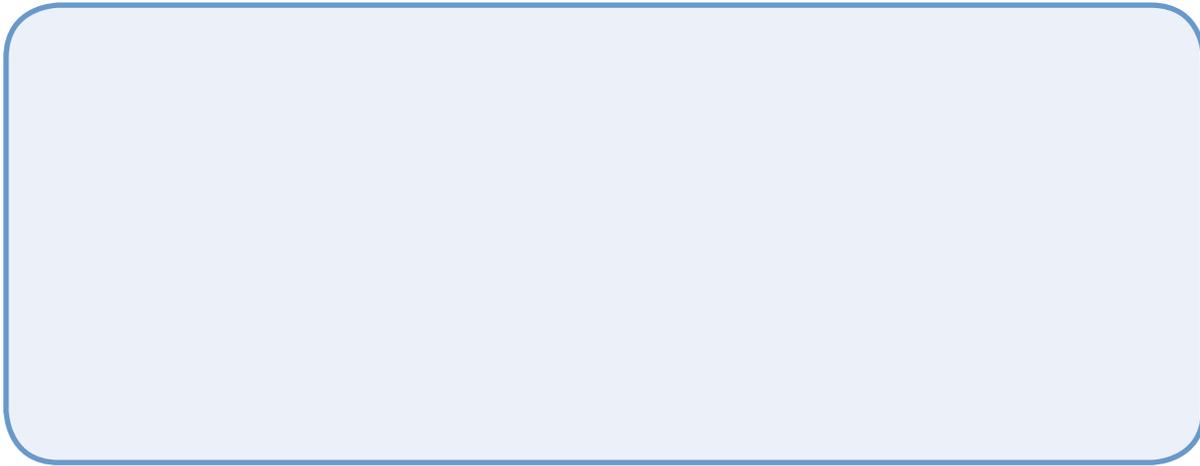
Las y los estudiantes podrán comprender acerca de la relación que se da entre los procesos analíticos de solución en los ejercicios, interpretando la integración desde el punto de vista física y químico según el planteamiento problemático que se generen en los ejercicios a resolver, de cierta manera ayudará a entender de donde surge cada formula; es decir, el origen que poseen de acuerdo a las explicaciones científicas, con aptitudes propias de expresar diferentes conceptos matemáticos, aplicando en la solución de problemas.



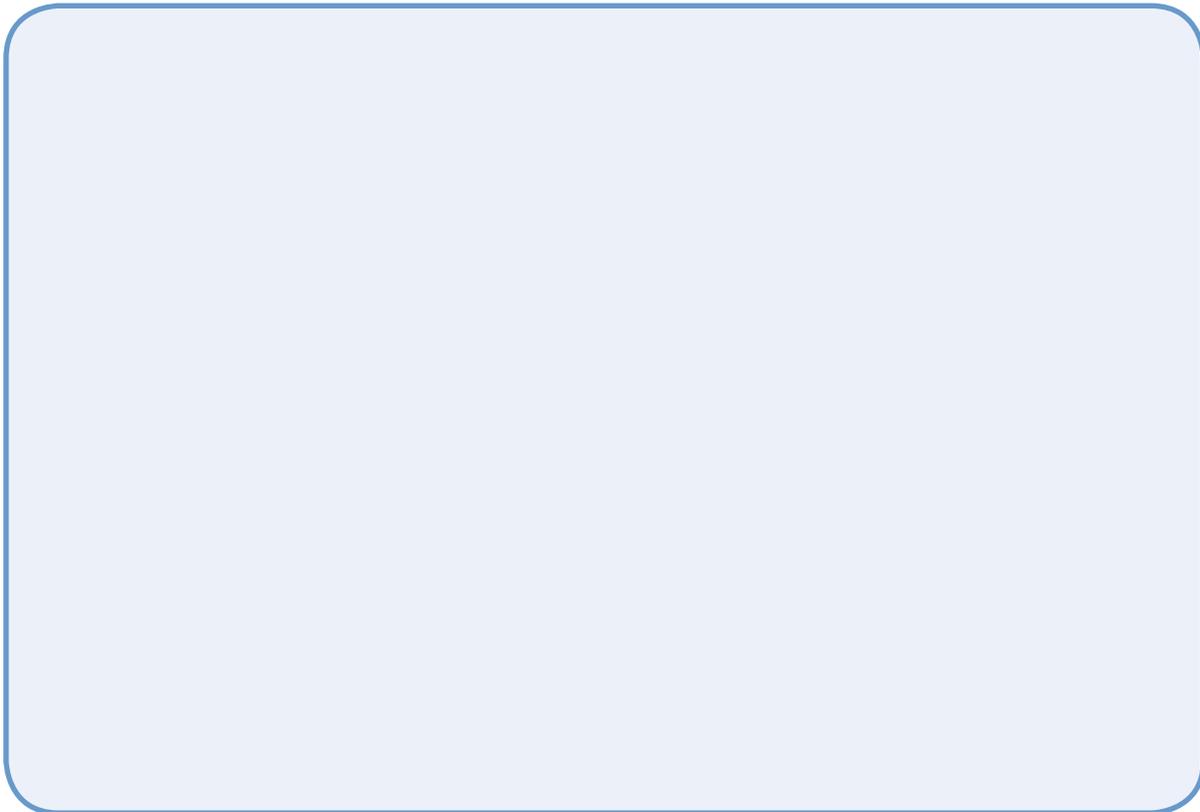
Profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico

1. Definición de anti – derivada

Para conocer acerca de la anti – derivada, revisa el documento (Larson & Otros, 2006) *“Cálculo con Geometría Analítica”* (Pág. 248 – 294), luego elabora tu propia definición al respecto, considerando la explicación de las gráficas y las fórmulas que se presenta en el contenido.



Describe cómo se dio la demostración del teorema fundamental que se indica en el contenido del texto.



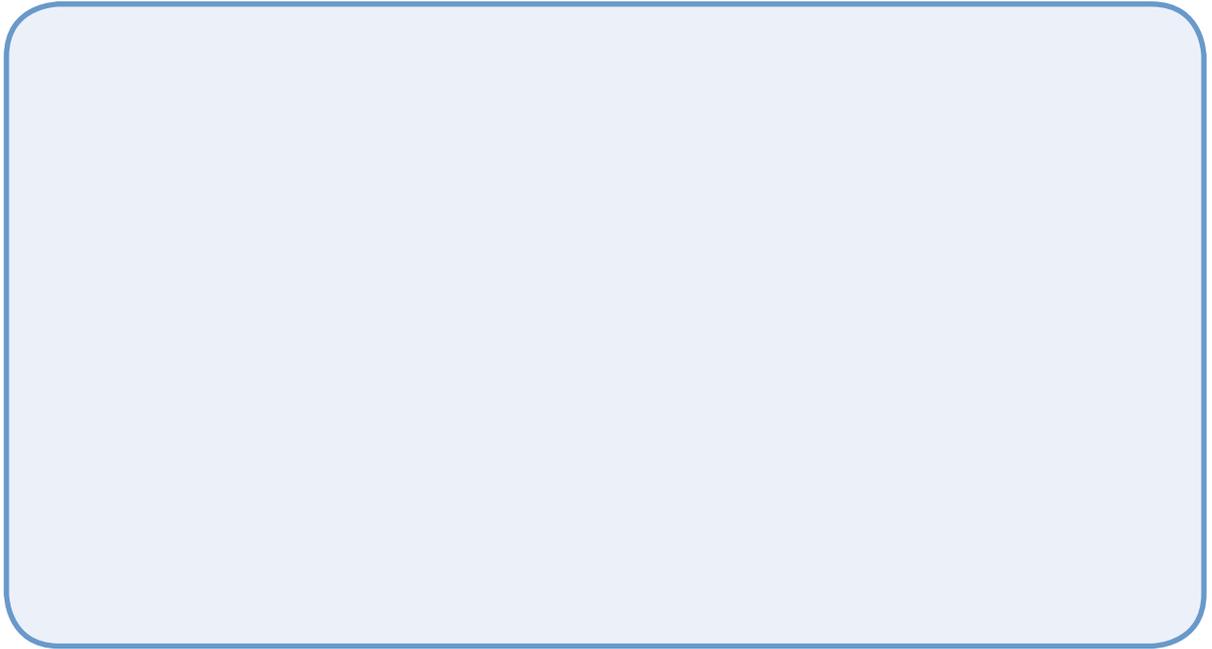
Considerando el análisis realizado, resuelve los ejercicios planteados en el documento, indicando la solución gráfica en cada uno.

4. Integración por partes

La integración por partes se utiliza cuando el integrando está formado por un producto, en función al libro (Ayres, 1989) *“Cálculo Diferencial e Integral”* (Pág. 138 – 142) indica la fórmula que se aplica para poder resolver este tipo de integraciones, además describe sus propiedades y características.

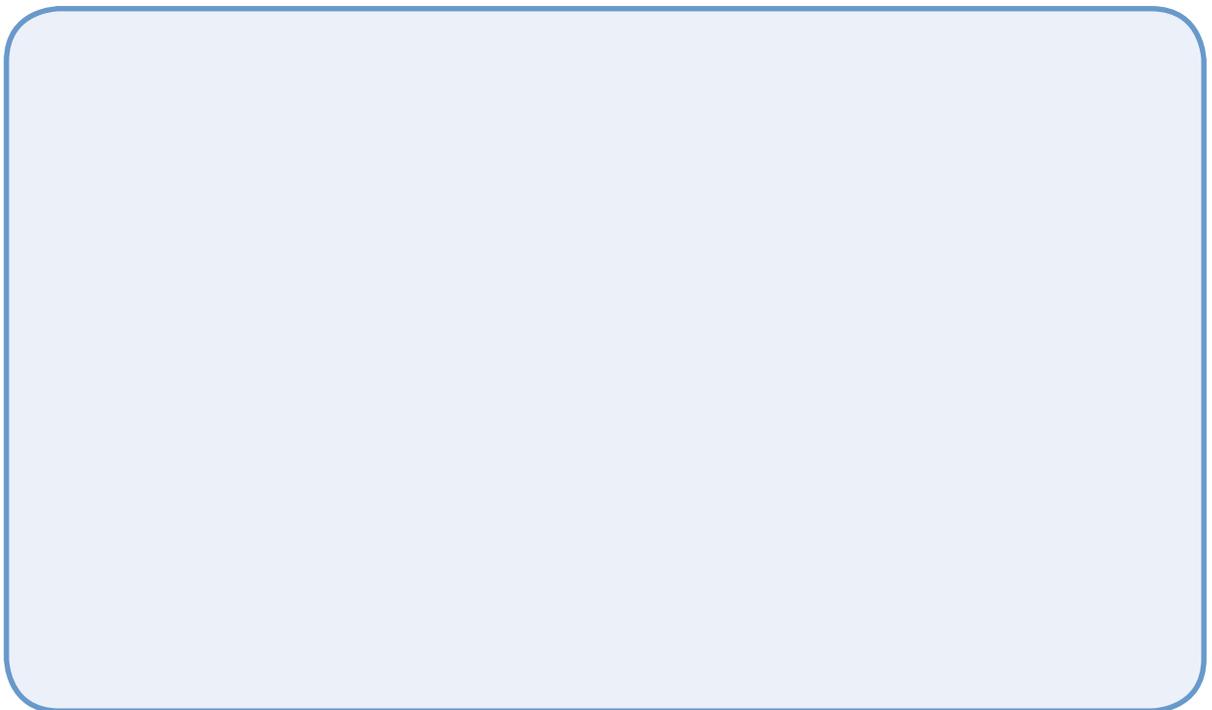


Conociendo las propiedades y desarrollo de la integración por partes, resuelve los ejercicios propuestos.



5. Integración por fracciones parciales

Según el libro (Ayes, 1989) "*Cálculo Diferencial e Integral*" (Pág. 150 - 153), explica los pasos que se siguen para resolver la integración por fracciones parciales, indicando ejemplos en el procedimiento.



6. Integrales trigonométricas

Revisa el libro (Ayres, 1989) *“Cálculo Diferencial e Integral”* (Pág. 143 – 149) y desarrolla las fórmulas trigonométricas aplicadas dentro de la integración.

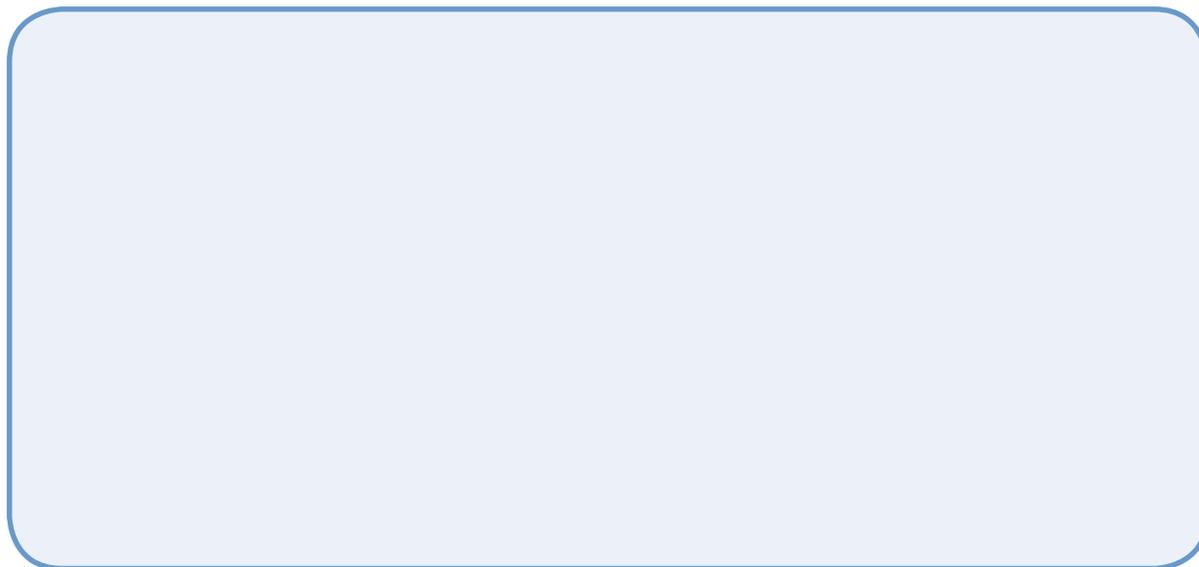
7. Integrales binómicos

Las integrales binómicas se da entre dos números reales, siendo uno de ellos la parte imaginaria y la otra parte real, para conocer más acerca del contenido, lee el texto (Gorostizaga, 2009) *“Integrales de Funciones”* (Pág. 1 – 3) y realiza un esquema del proceso de resolución que se sigue de la misma, tomando en cuenta las fórmulas y gráficas aplicadas.



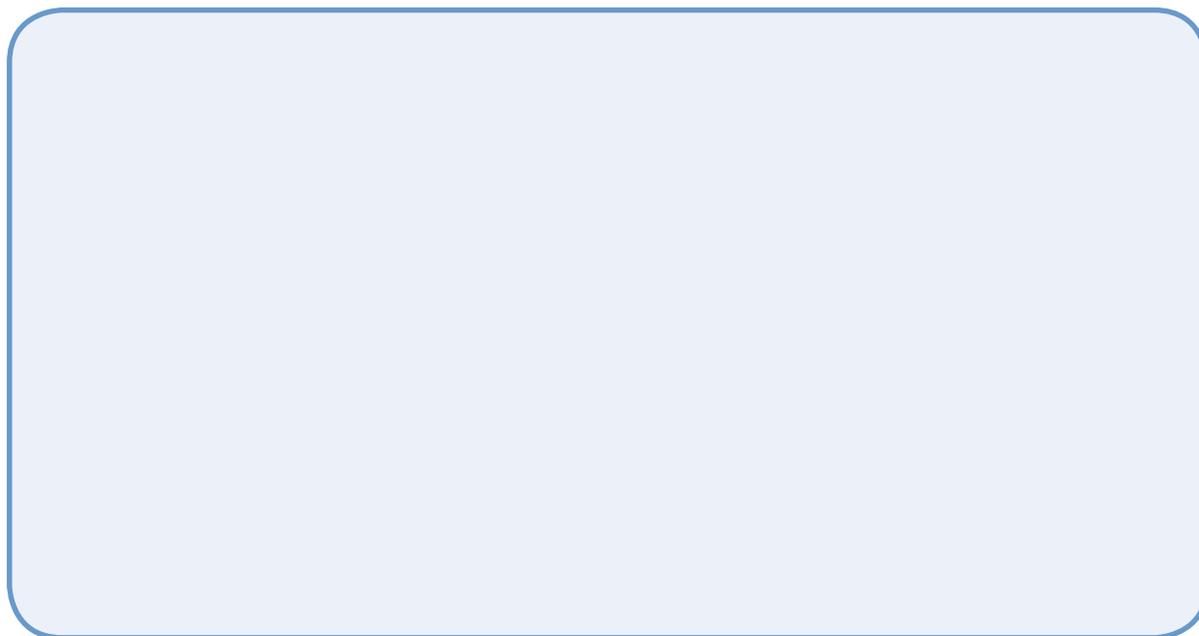
8. Integrales de funciones irracionales

Las funciones irracionales son aquellas que se trabajan dentro de una raíz; es decir, que se habla de radicales. A continuación revisa el contenido del libro (Larson & Otros, 2006) "**Cálculo Diferencial e Integral**" (Pág. 332 – 359) y describe la integración de las funciones por medio de fórmulas y gráficas.



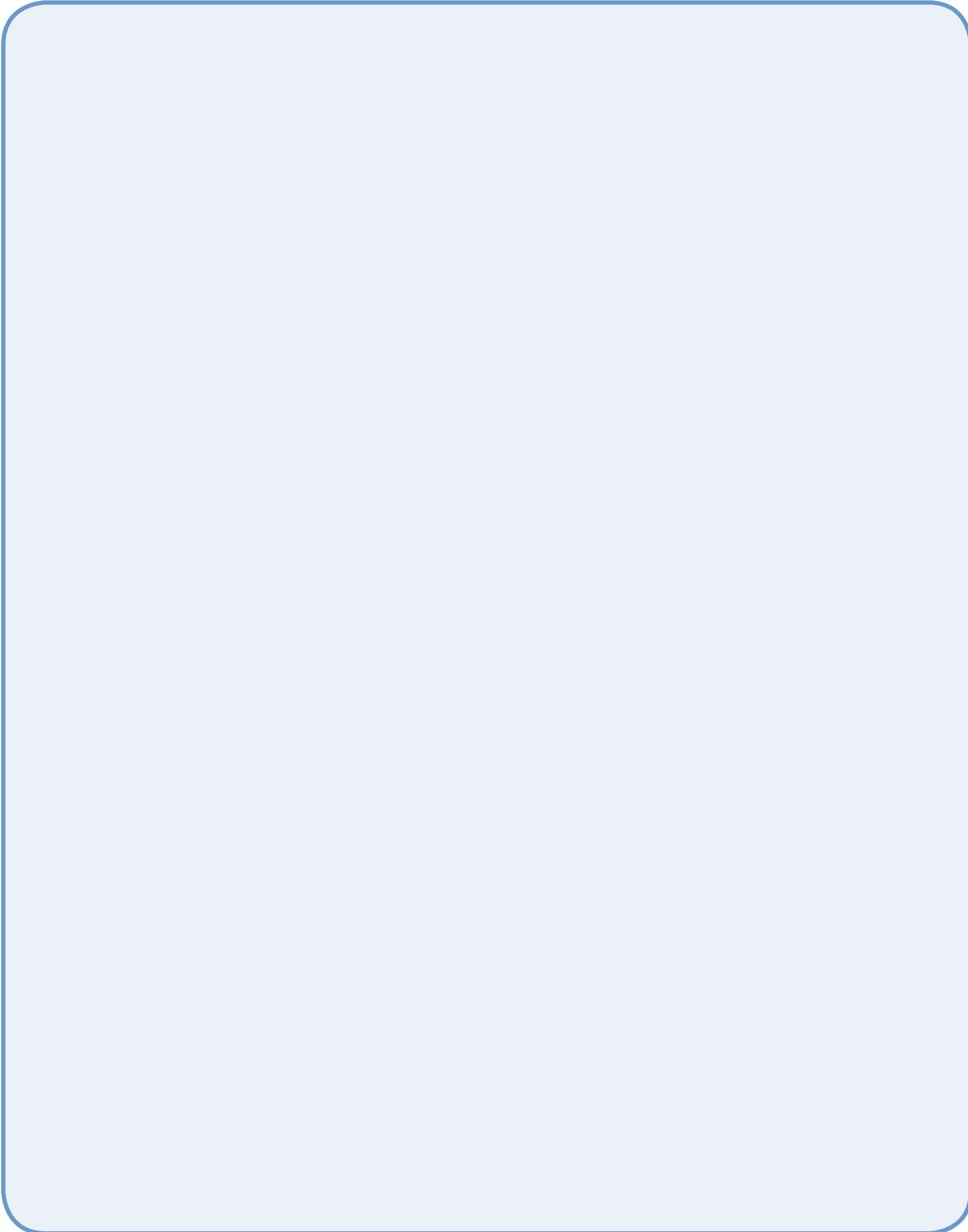
9. Integrales de funciones racionales trigonométricas

Para comprender el proceso de integración racional trigonométrica, analiza el contenido del libro (Larson & Otros, 2006) "**Cálculo Diferencial e Integral**" (Pág. 387 - 387) y elabora un cuadro según las racionalizaciones mencionadas dentro del texto, ejemplificando en cada caso.



10. Aplicación de la integración

Para comprender la aplicación de la integración en los diferentes procesos de cálculos, revisa el contenido del libro (Ayres, 1989) *“Cálculo Diferencial e Integral”* (Pág. 159 – 161) y define en que procesos se aplica.



En función al libro (Pérez, 2006) "*Cálculo Diferencial e Integral de funciones de una variable*" (Pág. 133 – 174) completa el siguiente cuadro, caracterizando la aplicación de la integral en la misma.

<p>Cálculo áreas planas</p>	
<p>Longitud de un arco de curva</p>	
<p>Volumen de sólidos</p>	
<p>Área de una superficie de revolución</p>	



Orientaciones para la Sesión de Concreción



Al llegar a la culminación del trabajo estructurado en toda la guía, pasaremos a la concretización del involucramiento que se dio por parte de las/los maestros, estudiantes y la comunidad, a partir de este momento la Unidad de Formación “Cálculo Diferencial e integral para la Aplicación de la Física y Química”, nos reflejará todos los resultados obtenidos.

Para el desarrollo de la sesión de concreción tomaremos los siguientes aspectos:

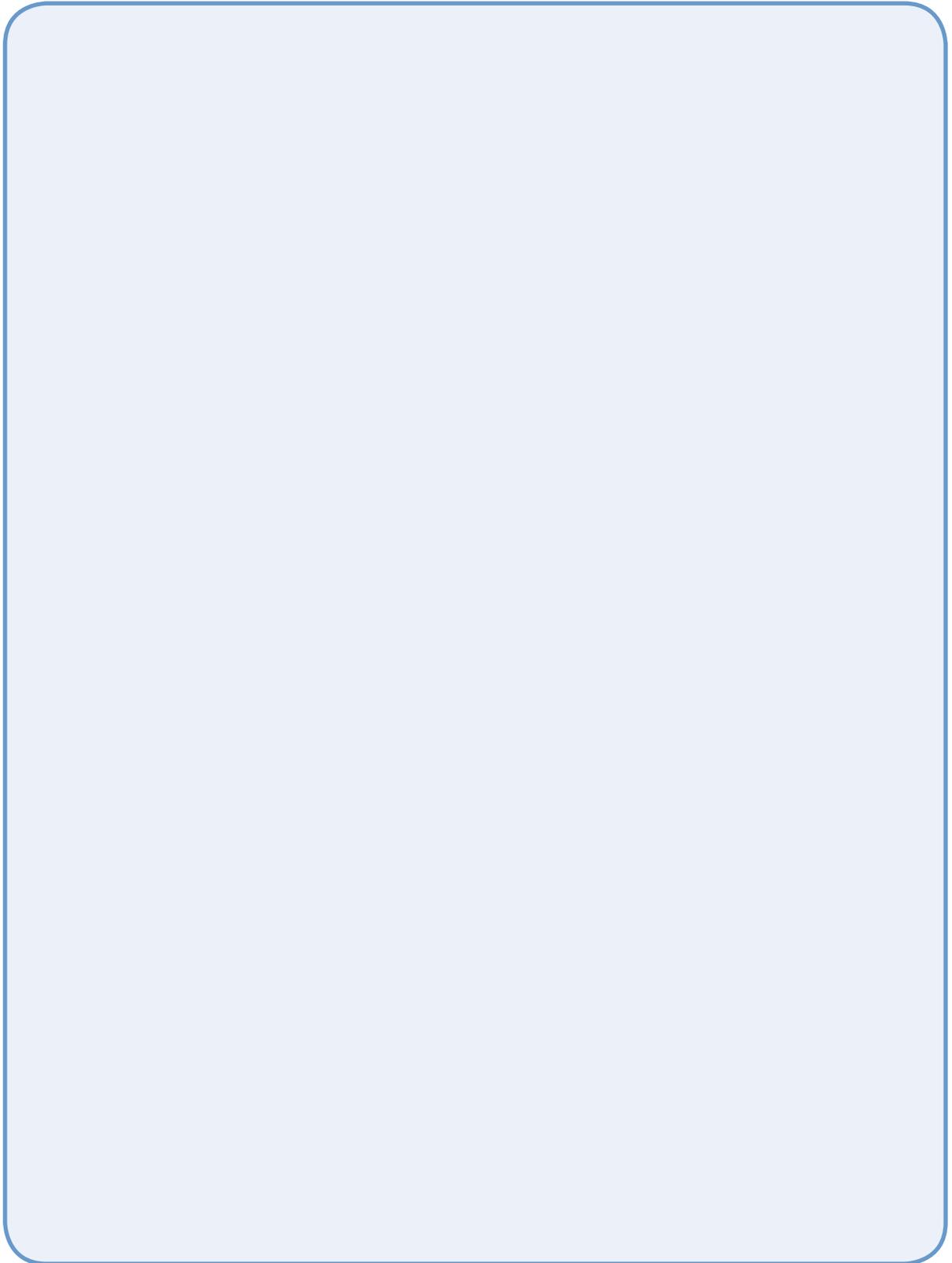
1. Profundización de las lecturas/documentales complementarios.

Es necesario el poder profundizar los conocimientos y poder hacer un proceso reflexivo acerca de los contenidos, considerando la importancia que tiene el cálculo dentro de la historia, para ello, observa los siguientes videos:

- “Historia del Cálculo Integral” (00:01 – 26:15 min.) Fuente: <https://www.youtube.com/watch?v=WuhBxx60uPk>
- “Historia del Cálculo Diferencial” (00:01 – 42:57 min.) Fuente: <https://www.youtube.com/watch?v=u4zRwFyJ2qA>

Considerando el análisis del video, realiza una conceptualización de cada uno considerando el tema de mayor relevancia y relaciona con el contenido estudiado dentro de la Unidad de Formación.

En función a las lecturas dentro del contenido de la Guía de Estudio elabora una sistematización respecto a las estrategias metodológicas que aplicarías dentro de la especialidad para poder dar los contenidos de cálculo a tus estudiantes y en qué contenidos los desarrollarías.

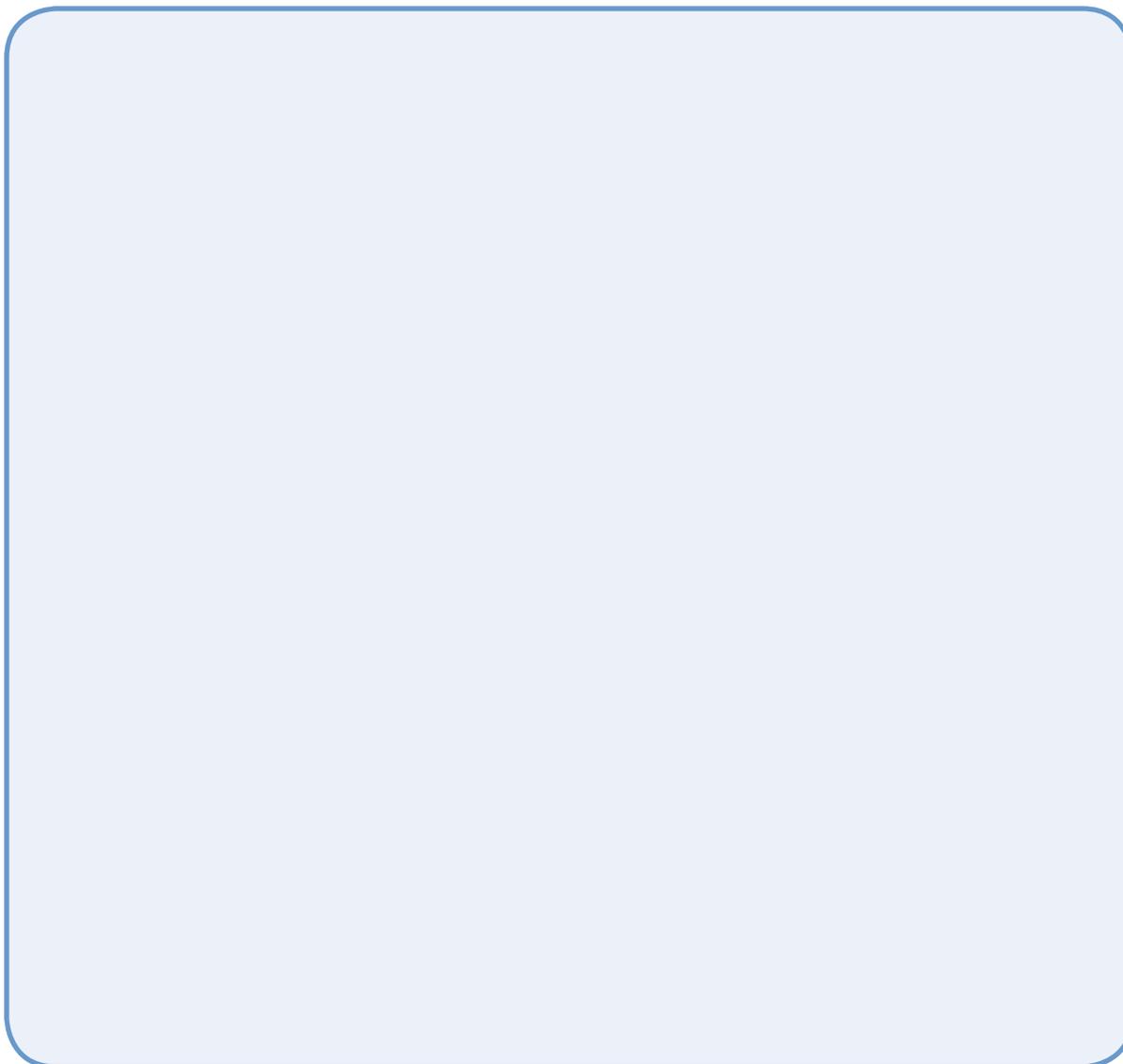


2. Trabajo con las y los estudiantes para articular con el desarrollo curricular y relacionarse e involucrarse con el contexto.

A partir de la Unidad de Formación abordada, se plantea el desarrollo de una práctica aplicando los conocimientos adquiridos, para ello se trabajará bajo las siguientes consignas:

- Se organiza a las y los estudiantes en equipos comunitarios de trabajo.
- Se elige un lugar abierto dentro de la comunidad y se distribuye a cada equipo un espacio, delimitado entre los demás equipos.
- Se procede a hacer un levantamiento topográfico del mismo.
- Se calcula las áreas, perímetro y longitudes aplicando los principios de las integrales.

Concluida la actividad, el levantamiento realizado debe constar de su informe en cual debe enfocarse a la representación gráfica de la misma y la aplicación de las fórmulas empleadas para los cálculos realizados.



3. Descripción de la Experiencia Educativa

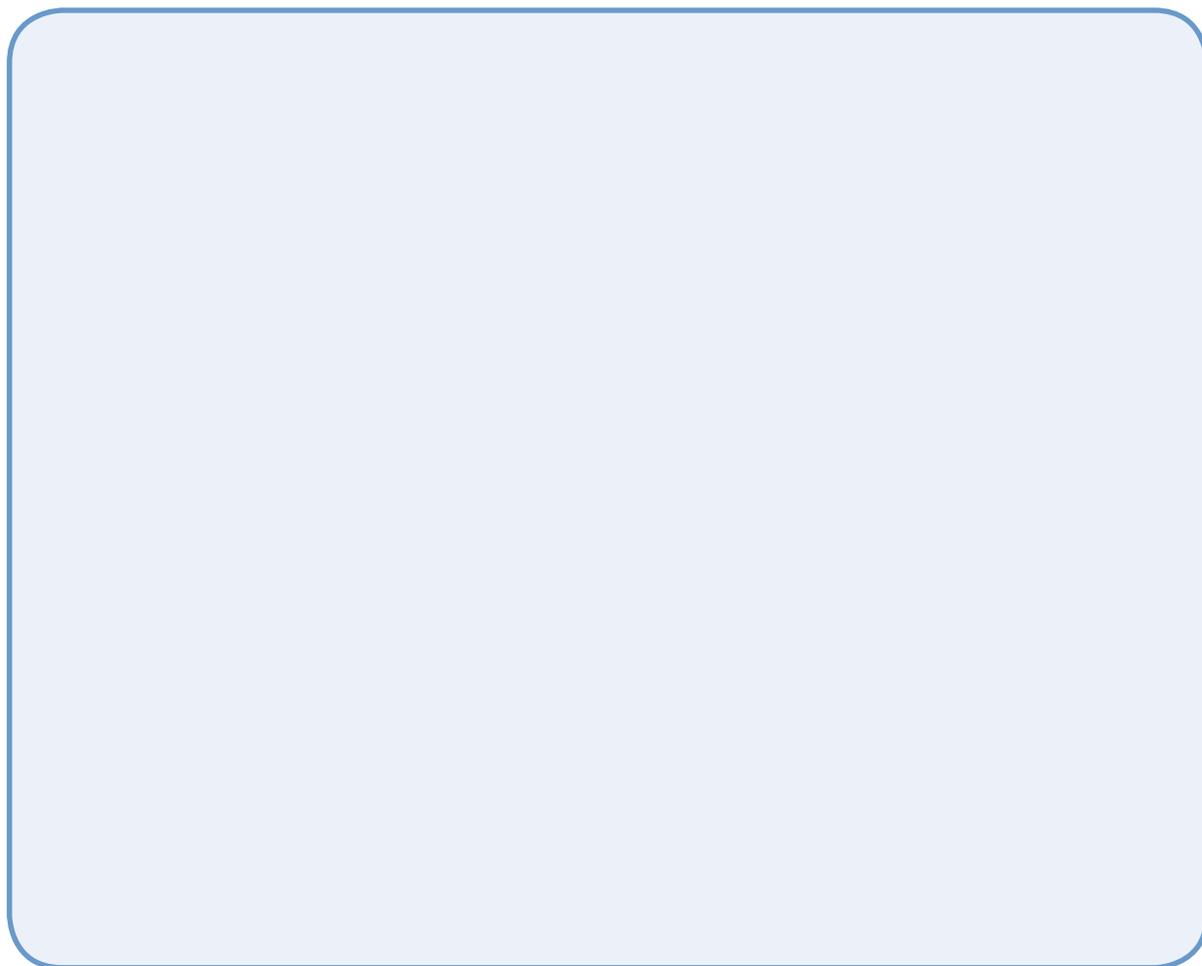
Durante todo el proceso formativo se busca consolidar nuestras experiencias Educativas Transformadoras, donde partiremos de:

- Análisis de la participación y aceptación de todos los actores involucrados (estudiantes, maestra/os y comunidad).
- Relación de las actividades con el PSP de la Unidad Educativa.
- Aceptación o rechazo por parte de los actores involucrados.

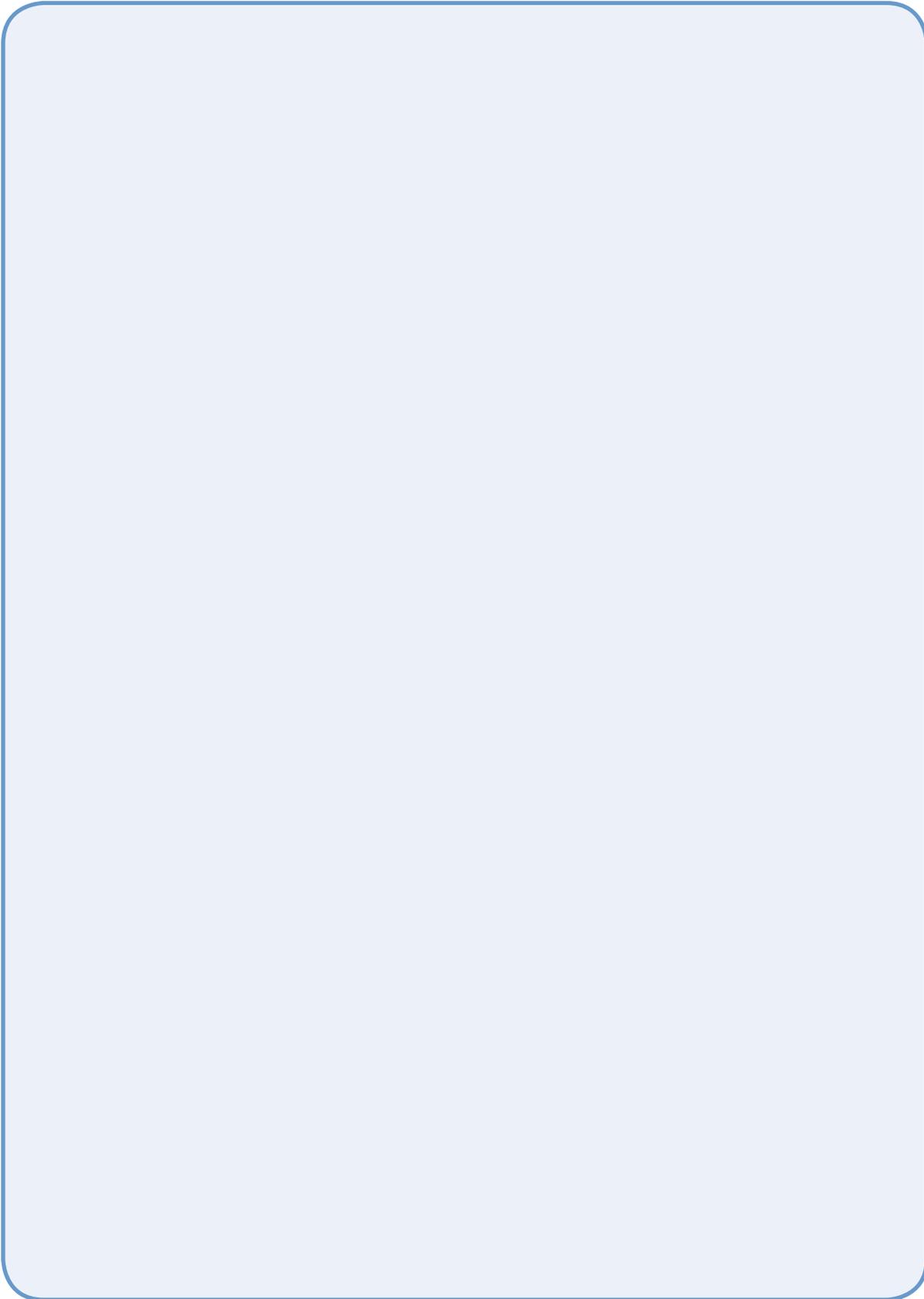
Este aspecto será esencial, puesto que relatarás el proceso formativo de la actividad de concreción y así poder consolidar nuestras Experiencia Educativa Transformadora, para ello deberás hacerlo de manera crítica y reflexiva, de acuerdo a los siguientes criterios:

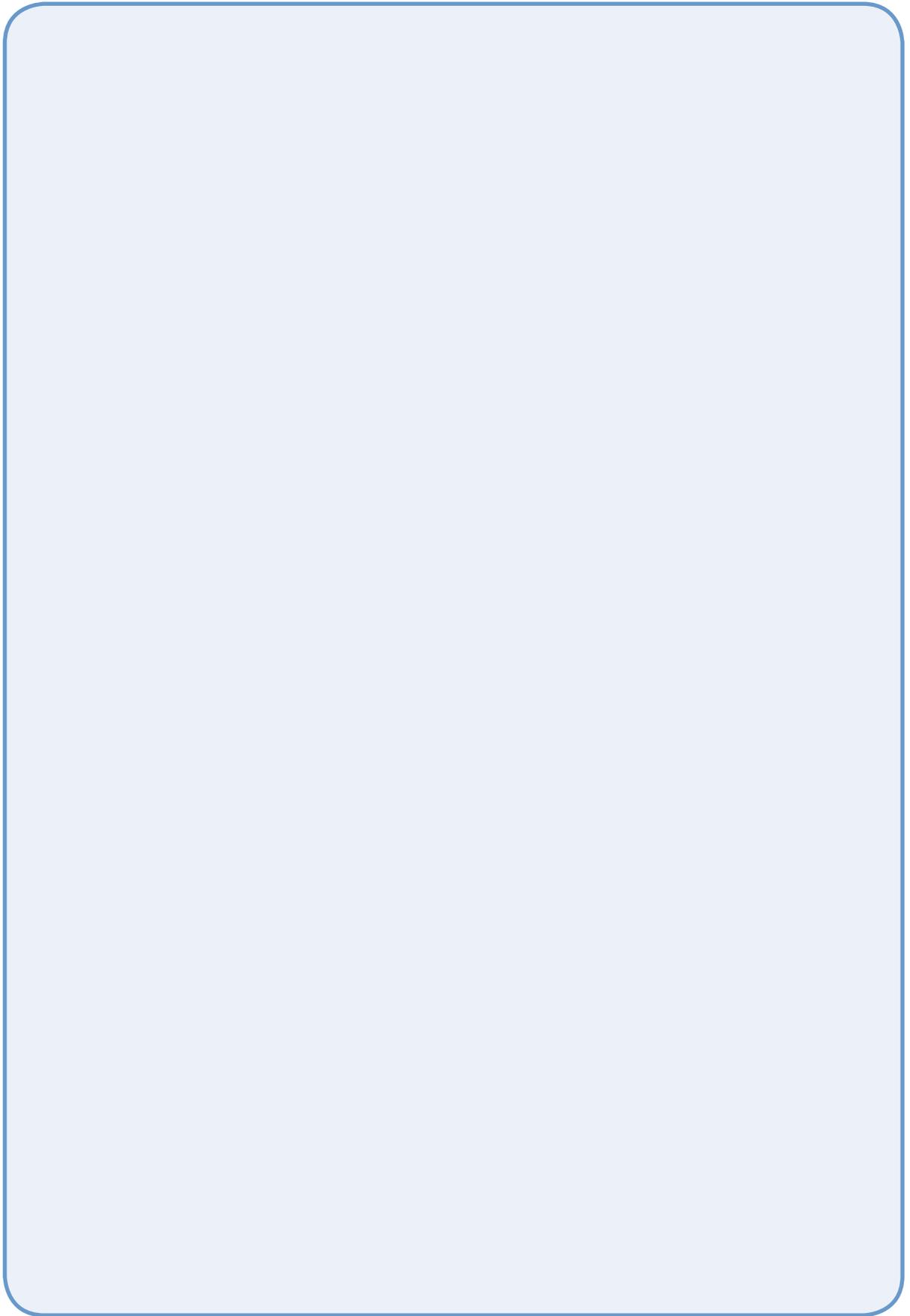
- Análisis de la participación de los actores educativos (estudiantes, maestras/os y comunidad) durante la Experiencia Educativa Transformadora.
- El impacto que tuvo la actividad de concreción con relación al PSP de la Unidad Educativa.

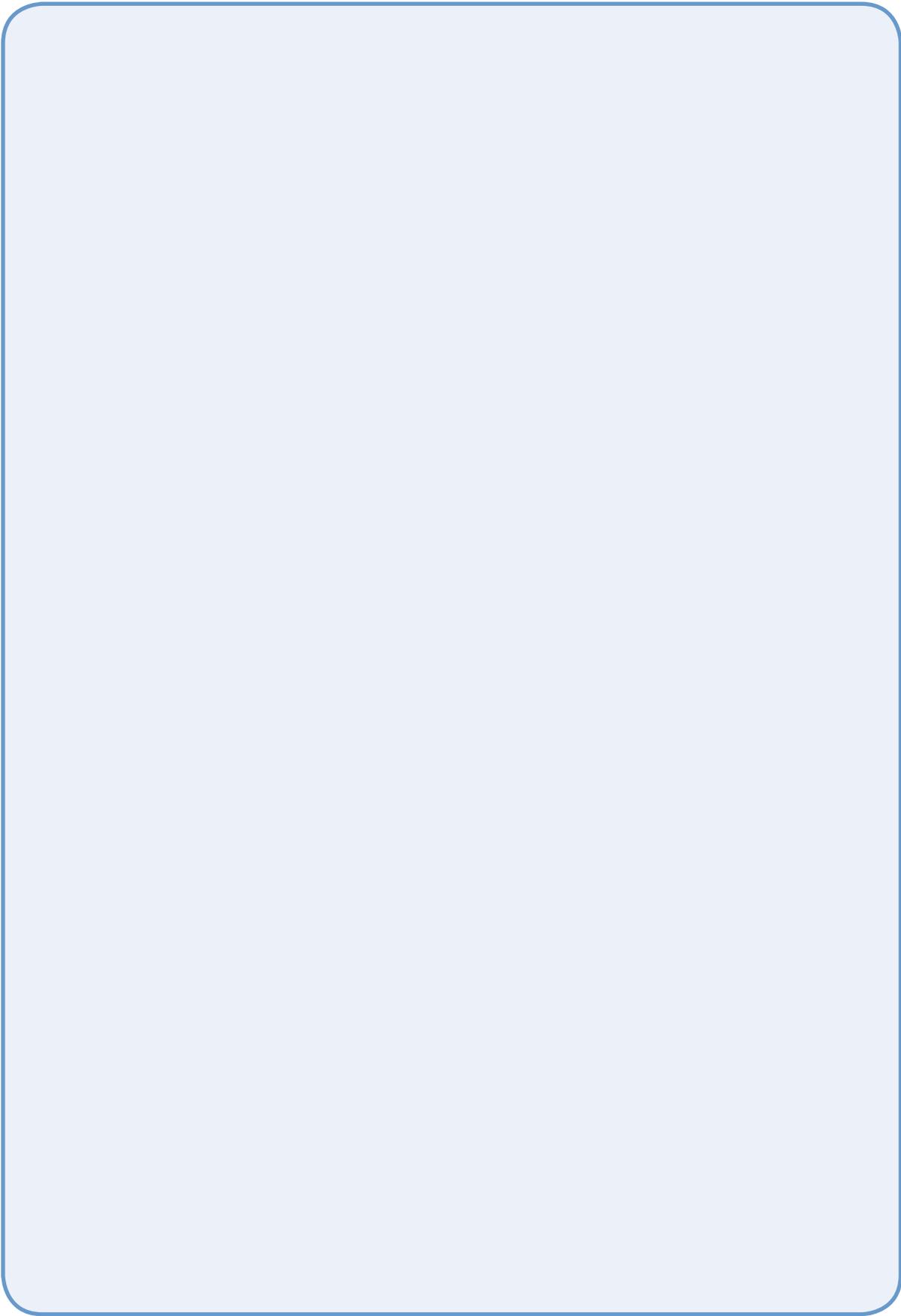
Coloca las evidencias de acuerdos establecidos y propuestas realizadas en función al trabajo realizado.



- Evidencias de trabajos, fotos, etc.







Orientaciones para la Sesión de Socialización



Al haber concluido y llegar hasta este punto, será de gran importancia el proceso evaluativo en todo el trabajo desarrollado, debido a que permitirá valorar todos los conocimientos prácticos y/o teóricos, mostrando logros dentro del objetivo trazado.

Al concluir la Guía de Estudio “Cálculo Diferencial e Integral para la aplicación de la Física y Química”, la o el participante deberá presentar los productos de su proceso formativo.

Para la valoración, la o el tutor a cargo, tomará lo siguientes criterios:

Evaluación de Evidencias

- Verificación de las evidencias de la actividad de concreción (fotos, materiales, actas, acuerdos, diario de campo, videos, etc.)
- Valoración de evidencias de producto a partir de la bibliografía propuesta en la Guía de Estudio.

Socialización de la sesión de concreción:

- Se debe socializar de cómo y a partir de qué se desarrolló la articulación de los contenidos con la malla curricular, mostrando el plan de desarrollo curricular elaborado para el contenido, demostrando el relacionamiento con el PSP de la Unidad Educativa.
- Socialización de su Experiencia de Práctica Educativa desarrollada con sus estudiantes.
- Uso y adaptación de los materiales y su adecuación a los contenidos.
- Involucramiento de la comunidad a la actividad desarrollada.
- Valoración de productos tangibles e intangibles que se originaron a partir de la concreción.
- Conclusiones.
- Evaluación individual.

Profundización y reflexión de los contenidos temáticos de la Unidad de Formación:

- Funciones y Límites.
- Derivadas.
- Integrales de Integración



Bibliografía

- A.A., (s.f.). funciones. México: JRL.
- Ayres, F. (1989). Cálculo Diferencial e Integral . España: McGrawHill.
- González, P. (s.f.). Derivada y Continuidad. Madrid.
- Gorostizaga, J. (2009). Integrales de Funciones. México.
- Granville, W. (1998). Cálculo Diferencial e Integrado. México: LIMUSA.
- Larson, R., & Otros. (2006). Cálculo con Geometría Analítica. México: McGrawHill.
- Oteyza, E. (2006). Cálculo Diferencial e Integral. México : Pearson.
- Pérez, J. (2006). Cálculo Diferencial e integral de funciones de una variable. Granada: Creative Commons.
- Pérez, L. (2005). Dominio y Rango. México: JRL.
- Vargas, A., & Crail, S. (s.f.). Composición de Funciones. México.

Anexo

ESPECIALIDAD: CIENCIAS NATURALES: FÍSICA - QUÍMICA UNIDAD DE FORMACIÓN: CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL PARA LA APLICACIÓN DE LA FÍSICA Y QUÍMICA

Temas	Utilidad para la o el maestro	Aplicabilidad en la vida	Contenidos	Bibliografía de profundización
<p>Funciones y Límites</p>	<p>De acuerdo al Programa de Estudio, la aplicación de funciones y límites está aplicado en cuarto, quinto y sexto año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva, considerada dentro de Cinemática, Dinámica, Estática y Electricidad, en la solución de diversos problemas según el fundamento teórico</p>	<p>Para las y los estudiantes, será de gran utilidad comprender las funciones y límites porque por medio de ellas podrán tener un panorama amplio de resolución y considerar el origen del porqué de los diferentes acontecimientos, aplicándose dentro de los movimientos que se estudian en mecánica, analizando a la vez nuevos términos y situaciones a resolver. Las y los maestros de Física – Química, deben tomar en cuenta que la utilización de funciones y límites dentro de la especialidad, debe ser manejado como una solución paralelo o alterna a las fórmulas tradicionales dentro de los contenidos, debido a que nos da otra alternativa de solución, además es un método de dar con precisión algunos resultados, relacionando los temas dentro del área de cálculo</p>	<p>Definición de función A. A., (s.f.). <i>Funciones</i>. México: JRL. (Pág. 1 – 2).</p> <p>Domnio y rango Pérez, L., (2005). <i>Domnio y Rango</i>. México: JRL. (Pág. 89 – 108).</p> <p>Composición de funciones Vargas, A., & Crail, S., (s.f.). <i>Composición de Funciones</i>. México. (Pág. 2 - 11).</p> <p>Funciones elementales Pérez, J., (2006). <i>Cálculo Diferencial e integral de funciones de una variable</i>. Granada: Creative Commons. (Pág. 19 – 25; 35 – 37).</p> <p>Definición de límites Ayres, F., (1989). <i>Cálculo Diferencial e Integral</i>. España: McGrawHill. (Pág. 9 – 10).</p> <p>Teorema de límites Ayres, F., (1989). <i>Cálculo Diferencial e Integral</i>. España: McGrawHill. (Pág. 10 – 17).</p> <p>Límites exponenciales y logarítmicos Oteyza, E. (2006). <i>Cálculo Diferencial e Integral</i>. México: Pearson. (Pág. 237 - 265).</p> <p>Límites laterales Oteyza, E. (2006). <i>Cálculo Diferencial e Integral</i>. México: Pearson. (Pág. 105 - 109).</p> <p>Continuidad Ayres, F., (1989). <i>Cálculo Diferencial e Integral</i>. España: McGrawHill. (Pág. 18 - 21).</p>	<p>Video: "Historia del Cálculo Integral" (00:01 – 26:15 min.) https://www.youtube.com/watch?v=WuhBxx60uPk</p> <p>Video: "Historia del Cálculo Diferencial" (00:01 – 42:57 min.) https://www.youtube.com/watch?v=u4zRWfYJ2qa</p>

<p>Derivadas</p>	<p>De acuerdo al Programa de Estudio, la representación de derivadas con el movimiento se aplica proliamente en cuarto año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva, dentro del contenido “El movimiento en la Madre Tierra” y “Manifestaciones gravitacionales de la Madre Tierra y el Cosmos”, pero también se involucra en quinto y sexto año debido a que se ve el movimiento de una partícula.</p> <p>El desarrollo del presente tema permitirá a las y los maestros de Física Química, integrar de manera correlativa el estudio de la derivada con el movimiento que ejerce una determinada partícula, describiendo el desplazamiento, recorrido, funcionalidad, gráfica, entre algunas características, facilitando la interpretación de lo que es el infinito y el límite dentro de una trayectoria descrita según el tipo de movimiento ejecutado.</p>	<p>Para las y los estudiantes será relevante el conocer acerca del estudio de la derivada para tener una mejor interpretación de la forma en la que se presentan las gráficas, definiendo de esta manera el límite dentro de la misma, el recorrido planteado por medio de los ejes de coordenadas; la funcionalidad del concepto infinito, logrando de esta forma leer correctamente las interpretaciones; además poder realizar soluciones analíticas aplicando los principios analíticos de la derivada.</p>	<p>Definición Ayres, F., (1989). Cálculo Diferencial e Integral. España: McGrawHill. (Pág. 22 - 27). Interpretación geométrica Pérez, J., (2006). Cálculo Diferencial e Integral de funciones de una variable. Granada: Creative Commons. (Pág. 202 - 205). Derivación de funciones Ayres, F., (1989). Cálculo Diferencial e Integral. España: McGrawHill. (Pág. 28 - 78). Regla de la cadena Larson, R., & Otros., (2006). Cálculo con Geometría Analítica. México: McGrawHill. (Pág. 130 - 140). Derivación implícita Larson, R., & Otros., (2006). Cálculo con Geometría Analítica. México: McGrawHill. (Pág. 141 - 147). Derivadas laterales Pérez, J., (2006). Cálculo Diferencial e Integral de funciones de una variable. Granada: Creative Commons. (Pág. 71 - 74). Derivadas y continuidad González, P., (s.f.). Derivada y Continuidad. (Pág. 121 – 131). Pérez, J., (2006). Cálculo Diferencial e Integral de funciones de una variable. Granada: Creative Commons. (Pág. 71 - 74). Aplicaciones de la derivada Granville, W., (1998). Cálculo Diferencial e Integrado. México: LIMUSA. (Pág. 52 – 88). Larson, R., & Otros., (2006). Cálculo con Geometría Analítica. México: McGrawHill. (Pág. 163 – 241).</p>	<p>Ministerio de Educación, Reglamento de Gestión Curricular del SEP, La Paz, Bolivia</p>
<p>Integrales de Integración</p>	<p>De acuerdo al Programa de Estudio, las integrales de integración se desarrolla en cuarto año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva dentro el contenido de “El Movimiento en la Madre Tierra” y “Manifestaciones gravitacionales de la Madre Tierra y el Cosmos”, pero también abarca cierto espacio en sexto año dentro del análisis de la electricidad, considerando el comportamiento de las partículas y su movimiento.</p> <p>En el desarrollo del contenido las y los maestros de Física - Química, podrán desarrollar la integración por medio de la aplicación de funciones establecidas dentro de los diferentes movimientos que se dan dentro de la Madre Tierra, tomando en cuenta el comportamiento de las partículas; relacionando dos campos de estudio</p>	<p>Las y los estudiantes podrán comprender acerca de la relación que se da entre los procesos analíticos de solución en los ejercicios, interpretando la integración desde el punto de vista física y químico según el planteamiento problemático que se generen en los ejercicios a resolver, de cierta manera ayudará a entender de donde surge cada formula, es decir, el origen que poseen de acuerdo a las explicaciones científicas, con aptitudes propias de expresar diferentes conceptos matemáticos, aplicando en la solución de problemas.</p>	<p>Definición de anti - derivada Larson, R., & Otros., (2006). Cálculo con Geometría Analítica. México: McGrawHill. (Pág. 248 - 294). Fórmulas elementales Ayres, F., (1989). Cálculo Diferencial e Integral. España: McGrawHill. (Pág. 119 - 122). Integración por sustitución Larson, R., & Otros., (2006). Cálculo con Geometría Analítica. México: McGrawHill. (Pág. 295 - 308). Integración por partes Ayres, F., (1989). Cálculo Diferencial e Integral. España: McGrawHill. (Pág. 138 - 142). Integración por fracciones parciales Ayres, F., (1989). Cálculo Diferencial e Integral. España: McGrawHill. (Pág. 150 - 153). Integrales trigonométricas Ayres, F., (1989). Cálculo Diferencial e Integral. España: McGrawHill. (Pág. 143 - 149). Integrales binómicos Gorostiza, J. (2009). Integrales de Funciones. México. (Pág. 1 - 3). Integrales de funciones irracionales Larson, R., & Otros., (2006). Cálculo con Geometría Analítica. México: McGrawHill. (Pág. 332 - 359). Integrales de funciones racionales trigonométricas Larson, R., & Otros., (2006). Cálculo con Geometría Analítica. México: McGrawHill. (Pág. 380 - 387). Aplicaciones de la integral Ayres, F., (1989). Cálculo Diferencial e Integral. España: McGrawHill. (Pág. 159 - 161). Pérez, J., (2006). Cálculo Diferencial e Integral de funciones de una variable. Granada: Creative Commons. (Pág. 133 - 174).</p>	<p>Estado Plurinacional de Bolivia. 2016. “PLAN DE DESARROLLO ECONÓMICO Y SOCIAL: En el Marco del Desarrollo Integral para Vivir Bien” UNICEF. 2013 “PLAN DE ACCIÓN DEL PROGRAMA PAÍS 2013 – 2017 entre el Gobierno del Estado Plurinacional de Bolivia y el Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia (UNICEF)”</p>



MINISTERIO DE
educación
ESTADO PLURINACIONAL DE BOLIVIA 

**Revolución Educativa
con Revolución Docente
para Vivir Bien**