



Guía de Estudio

# Álgebra Lineal, Diseño y Producción

Matemática



© De la presente edición

**Colección:**

GUÍAS DE ESTUDIO - NIVELACIÓN ACADÉMICA

**DOCUMENTO:**

Unidad de Formación

Álgebra Lineal, Diseño y Producción

Documento de Trabajo

**Coordinación:**

Dirección General de Formación de Maestros

Nivelación Académica

**Como citar este documento:**

Ministerio de Educación (2016). Guía de Estudio: Unidad de Formación

“Álgebra Lineal, Diseño y Producción”, Equipo Nivelación Académica, La Paz Bolivia.

**LA VENTA DE ESTE DOCUMENTO ESTÁ PROHIBIDA**

Denuncie al vendedor a la Dirección General de Formación de Maestros, Telf. 2912840 - 2912841

NA



# Álgebra Lineal, Diseño y Producción

Matemática





Puntaje

## Datos del participante

**Nombres y Apellidos:** .....

**Cédula de identidad:** .....

**Teléfono/Celular:** .....

**Correo electrónico:** .....

**UE/CEA/CEE:** .....

**ESFM:** .....

**Centro Tutorial:** .....



# Índice

Presentación .....	7
Estrategia formativa .....	8
Objetivo Holístico de la Unidad de Formación .....	10
Orientaciones para la Sesión Presencial .....	11
Materiales educativos.....	13
Partiendo desde la Experimentación y el Contacto con la Realidad. ....	14
 <b>Tema 1: Sistemas de Ecuaciones Lineales .....</b>	<b>16</b>
Profundización a partir del Diálogo con los Autores y el Apoyo Bibliográfico.....	16
1. Sistemas de Ecuaciones Lineales .....	17
2. Conjunto Solución .....	18
3. Matriz Aumentada.....	19
4. Eliminación de Gauss – Jordan .....	20
5. Sistemas Homogéneos de Ecuaciones.....	21
 <b>Tema 2: Matrices .....</b>	<b>24</b>
Profundización a partir del Diálogo con los Autores y el Apoyo Bibliográfico.....	24
1. Matrices y Operaciones con Matrices .....	25
2. Matrices: Triangulares, Diagonales, Simétricas y Antisimétricas.....	28
3. Inversa de una Matriz no Singular .....	29
4. Equivalencia de Matrices.....	31
5. Inversión de Matrices por Gauss – Jordan.....	32
 <b>Tema 3: Determinantes.....</b>	<b>34</b>
Profundización a partir del Dialogo con los Autores y el Apoyo Bibliográfico.....	34
1. Función Determinante.....	35
2. Propiedades de la Función Determinante .....	37
3. Desarrollo por Cofactores.....	38
4. Regla de Cramer .....	39

<b>Tema 4: Espacios Vectoriales.....</b>	<b>41</b>
Profundización a partir del Diálogo con los Autores y el Apoyo Bibliográfico.....	42
1. Espacios Vectorial.....	42
2. Propiedades de los Espacios Vectoriales .....	43
3. Bases y Dimensión de un Espacio Vectorial.....	44
 <b>Tema 5: Producto Interior y Ortogonalidad .....</b>	<b>46</b>
Profundización a partir del Diálogo con los Autores y el Apoyo Bibliográfico.....	46
1. Producto Interior .....	46
2. Ortogonalidad.....	48
 Orientaciones para la Sesión de Concreción .....	50
Orientaciones para la Sesión de Socialización .....	57
Bibliografía .....	58
Anexo	





# Presentación

El proceso de Nivelación Académica constituye una opción formativa dirigida a maestras y maestros sin pertinencia académica y segmentos de docentes que no han podido concluir distintos procesos formativos en el marco del PROFOCOM-SEP. La misma ha sido diseñada desde una visión integral como respuesta a la complejidad y las necesidades de la transformación del Sistema Educativo Plurinacional.

Esta opción formativa desarrollada bajo la estructura de las Escuelas Superiores de Formación de Maestras/os autorizadas, constituye una de las realizaciones concretas de las políticas de formación docente articuladas a la implementación y concreción del Modelo Educativo Sociocomunitario Productivo (MESCP), para incidir en la calidad de los procesos y resultados educativos, en el marco de la Revolución Educativa con Revolución Docente en el horizonte de la Agenda Patriótica 2025.

En tal sentido, el proceso de Nivelación Académica, contempla el desarrollo de Unidades de Formación especializada de acuerdo a la malla curricular concordante con las necesidades formativas de los diferentes segmentos de participantes, que orientan la apropiación de los contenidos, enriquecen la práctica educativa y coadyuvan al mejoramiento del desempeño docente en la UE/CEA/CEE.

Para apoyar este proceso se ha previsto el trabajo a partir de guías de estudio, Dossier Digital y otros materiales. Las Guías de Estudio y el Dossier Digital, son materiales de referencia básica para el desarrollo de las unidades de formación.

Las Guías de Estudio comprenden las orientaciones necesarias para las sesiones presenciales, de concreción y de socialización. En función a estas orientaciones, cada tutor/a debe enriquecer, regionalizar y contextualizar los contenidos y las actividades propuestas de acuerdo a su experiencia y a las necesidades específicas de los participantes.

Por todo lo señalado se espera que este material sea de apoyo efectivo para un adecuado proceso formativo, tomando en cuenta los diferentes contextos de trabajo y los lineamientos de la transformación educativa en el Estado Plurinacional de Bolivia.

Roberto Iván Aguilar Gómez  
**MINISTRO DE EDUCACIÓN**

# Estrategia formativa

El proceso formativo del Programa de Nivelación Académica se desarrolla a través de la modalidad semipresencial según calendario establecido para cada región o contexto, sin interrupción de las labores educativas en las UE/CEA/CEEs.

Este proceso formativo, toma en cuenta la formación, práctica educativa y expectativas de las y los participantes del programa, es decir, maestras y maestros del Sistema Educativo Plurinacional que no concluyeron diversos procesos formativos en el marco del PROFOCOM-SEP y PPMI.

Las Unidades de Formación se desarrollarán a partir de sesiones presenciales en periodos intensivos de descanso pedagógico, actividades de concreción que el participante deberá trabajar en su práctica educativa y sesiones presenciales de evaluación en horarios alternos durante el descanso pedagógico. La carga horaria por unidad de formación comprende:

SESIONES PRESENCIALES	CONCRECIÓN EDUCATIVA	SESIÓN PRESENCIAL DE EVALUACIÓN	80 Hrs. X UF
24 Hrs.	50 Hrs.	6 Hrs.	

## FORMACIÓN EN LA PRÁCTICA

Estos tres momentos consisten en:

**1er. MOMENTO (SESIONES PRESENCIALES).** Parte de la experiencia cotidiana de los participantes, desde un proceso de reflexión de su práctica educativa.

A partir del proceso de reflexión de la práctica del participante, el tutor promueve el dialogo con otros autores/teorías. Desde este dialogo el participante retroalimenta sus conocimientos, reflexiona y realiza un análisis comparativo para generar nuevos conocimientos desde su realidad.

**2do. MOMENTO (CONCRECIÓN EDUCATIVA).** Durante el periodo de concreción el participante deberá poner en práctica con sus estudiantes o en su comunidad educativa lo trabajado (contenidos) durante las sesiones presenciales. Asimismo, en este periodo el participante deberá desarrollar procesos de autoformación a partir de las orientaciones del tutor, de la guía de estudio y del dossier digital de la unidad de formación.

**3er. MOMENTO (SESIÓN PRESENCIAL DE EVALUACIÓN).** Se trabaja a partir de la socialización de la experiencia vivida del participante (con documentación de respaldo); desde esta presentación el tutor deberá enriquecer y complementar los vacíos y posteriormente evaluar de forma integral la unidad de formación.



# Objetivo Holístico de la Unidad de Formación

Una vez concluida la sesión presencial (24 horas académicas), el participante deberá construir el objetivo holístico de la presente unidad de formación, tomando en cuenta las cuatro dimensiones.



# Orientaciones para la Sesión Presencial



Estimada/o participante, en la presente guía, se desarrollarán diferentes contenidos planteados a partir de diversas actividades, las cuales permitirán alcanzar el objetivo de la Unidad de Formación.

Las y los participantes, considerando que la presente Unidad de Formación “Álgebra Lineal: Diseño y Producción”, es de carácter formativo y evaluable, trabajarán en las diferentes actividades teóricas/prácticas programadas para el desarrollo de las unidades temáticas.

Al inicio encontrarán una actividad titulada “Partiendo desde la experimentación y el contacto con la realidad”, cuyo objetivo es que el participante exteriorice sus saberes y conocimientos a partir de la experimentación y realidad socio-educativa.

Durante el proceso de desarrollo de la guía, deben remitirse constantemente, desde el principio hasta el final, al material bibliográfico (dossier) que se les ha proporcionado, puesto que este ayudará a tener una visión más amplia y clara de lo que se trabajará.

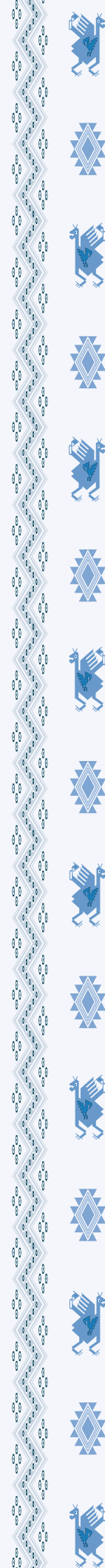
Antes del abordaje de algunos contenidos de cada tema, nos encontramos con la “Profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico”, aquí veremos brevemente opiniones, discusiones e investigaciones de distintos autores que nos muestran su punto de vista acerca de los temas o alguno de sus contenidos.

En las sesiones presenciales debe tomarse en cuenta dos aspectos:

1. **La organización del Aula:** para comenzar el desarrollo del proceso formativo es fundamental considerar la organización del ambiente, de manera que sea un espacio propicio y adecuado para el avance de las actividades planteadas.

También es importante tomar en cuenta el tipo de actividad o actividades que se realizarán durante la sesión, por ejemplo, conformación de equipos, organizar a los participantes en semicírculo, etc., y poner en consideración los lugares que serán objeto de investigación.

2. **Las actividades formativas, considerando la profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico:** Las actividades correspondientes a la Unidad de Formación “Álgebra Lineal: Diseño y Producción”, se desarrollará de acuerdo a las consignas que se plantean en cada contenido, siendo estas de carácter práctico.



# Materiales educativos

Los materiales y recursos en el área de matemática tienen gran importancia en su proceso formativo, tanto el material concreto que se elabora como aquellos materiales que están en su entorno y en contacto directo con la realidad, ya que estos deben favorecer el desarrollo del pensamiento lógico y crítico, si es utilizado de manera adecuada en el proceso formativo.

Proporcionando así, una fuente de actividades atractivas, creativas e innovadoras, sobre todo educativas permitiendo que se mantenga el interés de aprender y una mente abierta a nuevos conocimientos.

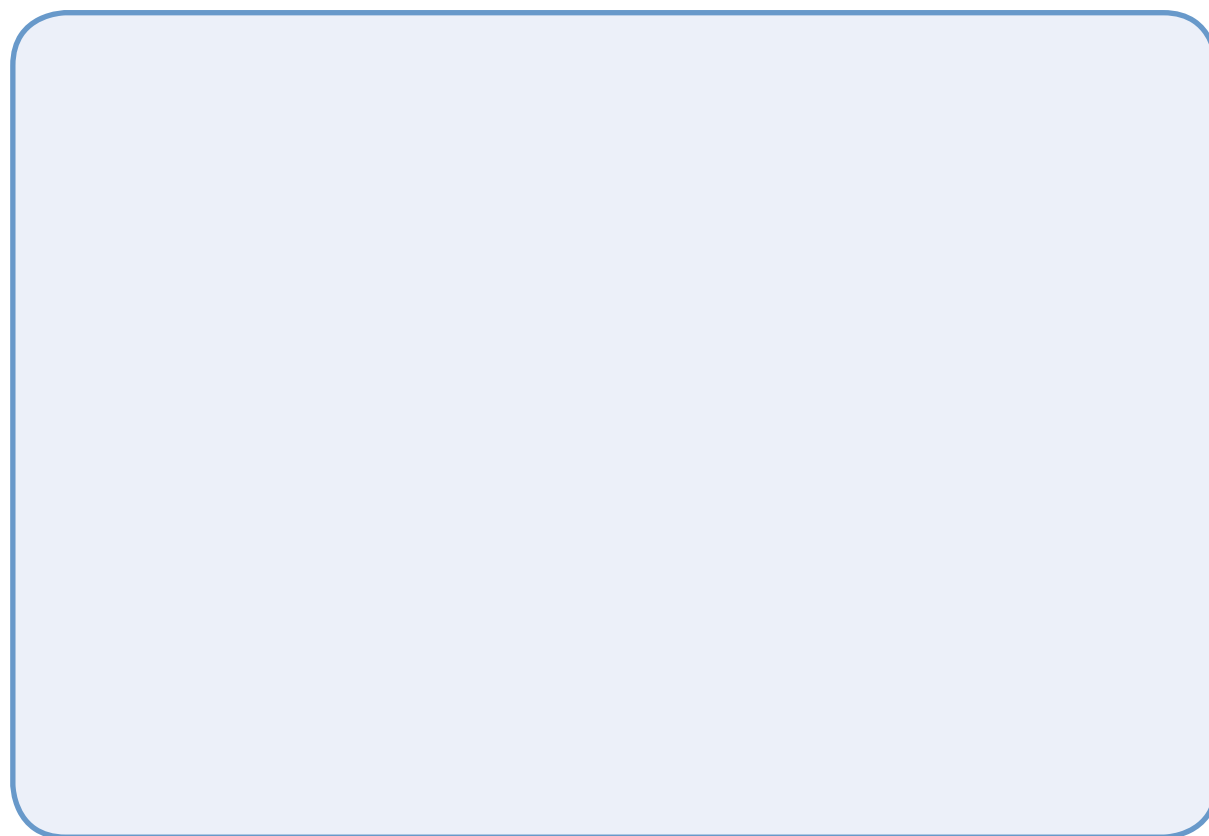
Descripción del Material/recurso educativo	Producción de conocimientos
Material de Escritorio - (hojas blancas y de color, tijeras, pegamento, lápices negro y de colores, borrador, marcadores, cartulina)	Desarrollo de creatividad en la construcción de materiales, en las graficaciones, en la resolución de ejercicios y problemas planteados.
Audiovisuales	Genera una comprensión clara y dinámica de la utilidad del álgebra lineal en la vida, ampliando la percepción y visualización del tema.
Instrumentos Geométricos - (reglas)	Mejora el manejo y uso de las reglas, en la representación correcta y adecuada de los espacios vectoriales y gráficos de vectores.
Libros, artículos y páginas web.	Orienta en el aprendizaje de la interpretación de diferentes documentos bibliográficos, en la comprensión y análisis de los contenidos, además del contacto directo con las diferentes definiciones y opiniones de autores.
Cuaderno de notas y apuntes.	Mejora la capacidad de síntesis de los conocimientos que se adquiere durante el desarrollo de las actividades.
Materiales para Reciclar - (Cartones, botellas, madera, plásticos, etc.)	Motiva la creatividad en el uso y manejo de estos materiales para la construcción del triedro y la proyección ortogonal. El uso de estos materiales promueve el cuidado del medio ambiente.

## Partiendo desde la Experimentación y el Contacto con la Realidad.



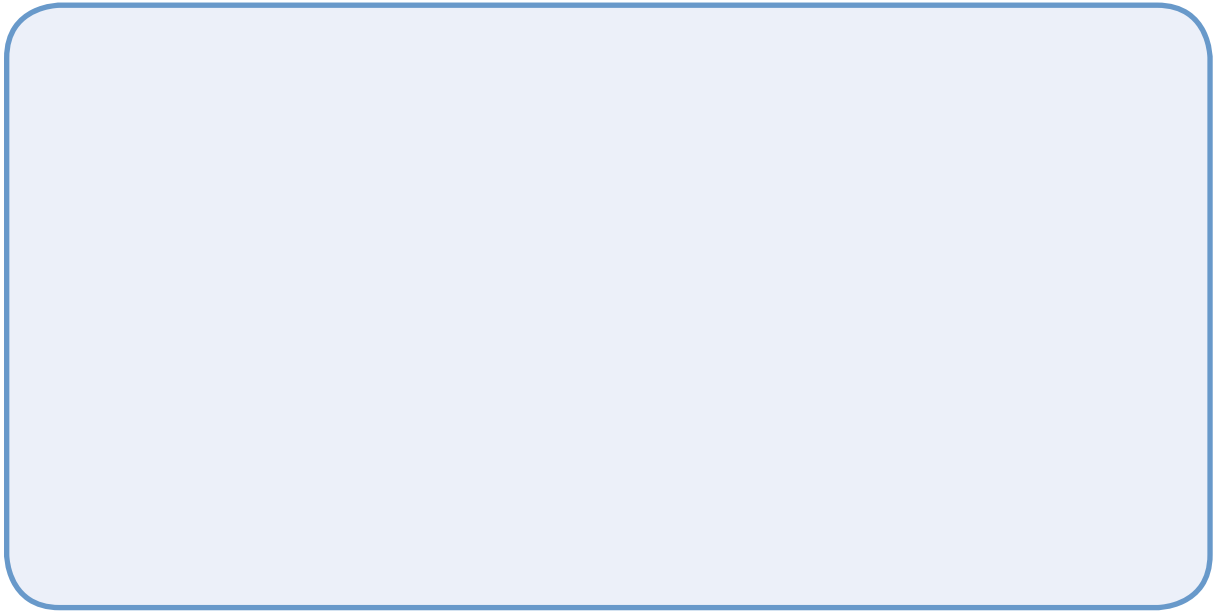
Partimos desde nuestra realidad y experimentamos:

Salimos a observar nuestra comunidad y elaboramos un dibujo en tercera dimensión (dibujo con perspectiva, es decir que se pueda notar el ancho, alto y largo de los objetos), de un espacio o calle, donde se encuentren transitando personas y vehículos, posteriormente ubica con lápices de colores todos los vectores que puedan formarse dentro del dibujo, en referencia a la dirección en que caminan o se dirigen las personas y los vehículos.



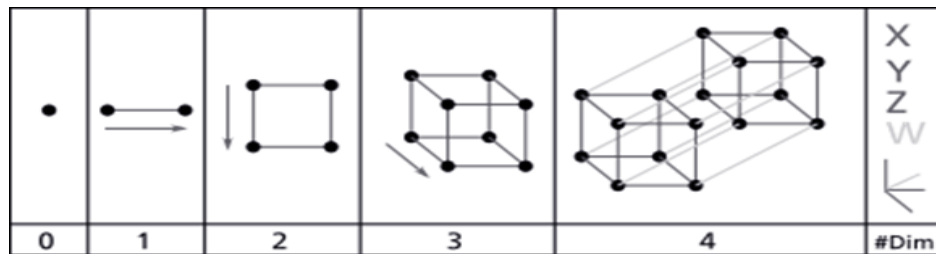
Combinamos la matemática y nuestra realidad, y en diferentes espacios euclidianos, graficamos objetos y situaciones reales, que ayuden con la interpretación de estos espacios.





En la actividad anterior pudimos considerar diferentes situaciones la cuales graficamos en diferentes espacios. Observamos la siguiente imagen, y desde nuestra experiencia vivida en las dos actividades anteriores, analizamos y respondemos:

¿Cuál de ellos o todos, son considerados Euclidianos? ¿Por qué?



.....

.....

.....

Desde nuestra experiencia y el contacto con la realidad, como maestras o maestros ¿Cómo interpretamos o definimos, vectores, los espacios Euclidianos, las matrices y las determinantes? ¿En nuestra realidad, dónde encontramos estos elementos de álgebra lineal?

.....

.....

.....

.....

# Tema 1

## Sistemas de Ecuaciones Lineales

*Un poco de historia:*

*Los babilonios nos dejaron en sus documentos correspondientes al periodo 600 a. de C. a 300 d. de C., indicios de que casi no le prestaron atención a las ecuaciones lineales, quizás por considerarlas demasiado elementales, y trabajaron más los sistemas de ecuaciones lineales y las ecuaciones de segundo grado. Los griegos también resolvían algunos sistemas de ecuaciones, pero utilizando métodos geométricos.*



*Los sistemas de ecuaciones aparecen también en los documentos indios. No obstante, no llegan a obtener métodos generales de resolución, sino que resuelven tipos especiales.*

*Prof. Miguel Ángel Barbosa Gómez – Instituto Tecnológico de Chilpancingo - México*

Día a día utilizamos indirectamente sumas, restas y otras operaciones, las cuales nos sirven para solucionar diferentes problemas comunes como: repartir un pastel, calcular una distancia, la velocidad del tráfico, etc., por lo que las ecuaciones están a la orden del día, donde al mismo tiempo también estamos haciendo uso de las ecuaciones lineales, pues bien, ahora recordemos que las ecuaciones lineales pueden contener una o dos variables, recordemos también que el nombre “Lineal” proviene del hecho de que la gráfica de la ecuación es una línea. Este contenido se desarrolla en cuarto año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva, de acuerdo al “Programa de Estudio del Diseño Curricular de Secundaria”.

Las y los estudiantes pueden aplicarlo en la solución de problemáticas de su comunidad, haciendo uso de Ecuaciones de Primer Grado y de Sistemas de Ecuaciones de Primer Grado o Lineales.

### Profundización a partir del Diálogo con los Autores y el Apoyo Bibliográfico

En nuestra vida diaria el uso de los sistemas de ecuaciones es importante, por lo que su apli-

cación adecuada puede hacer que se desarrollen, métodos y estrategias de solución a ciertos problemas de nuestras comunidades, sin la necesidad de contratar expertos, por ejemplo, en el caso de cálculo de medición de terrenos.

Para profundizar más en lo que se refiere a la aplicabilidad de los sistemas de Ecuaciones Lineales y el Álgebra Lineal en general, nos remitimos a observar y analizar el video: **“Aplicación Álgebra Lineal a la vida cotidiana”** (01:00 – 05:20 min.), el cual podemos comparar con una aplicación más tecnológica del álgebra lineal que nos presenta todo el video: **“Álgebra Lineal Aplicada a la Vida Cotidiana”** (01:00 – 02:59 min.), ambos documentos audiovisuales, pertenecen a la Fundación Universitaria Católica del Norte – Colombia.

## 1. Sistemas de Ecuaciones Lineales

Desde tu experiencia, escribe las estrategias o métodos de solución de sistemas de ecuaciones que conoces:

Analiza las definiciones de Sistemas de Ecuaciones que nos presenta (Howard, 1994) **“Introducción al Álgebra Lineal”** (Pág. 19 - 21), y realiza la siguiente actividad:

- Propone dos ejemplos de sistemas de ecuaciones lineales referentes a situaciones reales y resuélvelos.

## 2. Conjunto Solución

Desde tu propia experiencia y conocimientos propios, con ayuda de la o el tutor, realiza las gráficas de las ecuaciones, de acuerdo a lo que indica cada cuadro:

Cuando no existe solución	Cuando hay una sola solución	Cuando existe infinidad de soluciones

Para realizar la siguiente actividad práctica, puedes ayudarte analizando el libro de (Barrera, 2014) **“Álgebra Lineal”** (Pág. 19 - 20), el cual nos muestra ejemplos, gráficas y definiciones de los casos que se presentan sobre la solución de los Sistemas de Ecuaciones.

Ahora pon en práctica tu capacidad analítica y deduce las definiciones de Sistemas de Ecuaciones de acuerdo a lo que indica cada cuadro:

El Sistema no tiene solución	El sistema tiene solución	El sistema tiene solución única

### 3. Matriz Aumentada

En un Sistema de Ecuaciones ¿Para qué nos sirve utilizar matrices?, ¿Y en la vida?

Posteriormente, además de leer atentamente las definiciones, analiza los ejemplos que nos presenta el tercer párrafo del libro de (Howard, 1994) *“Introducción al Álgebra Lineal”* (Pág. 22). A continuación, tomando en cuenta la lectura, desarrolla lo siguiente:

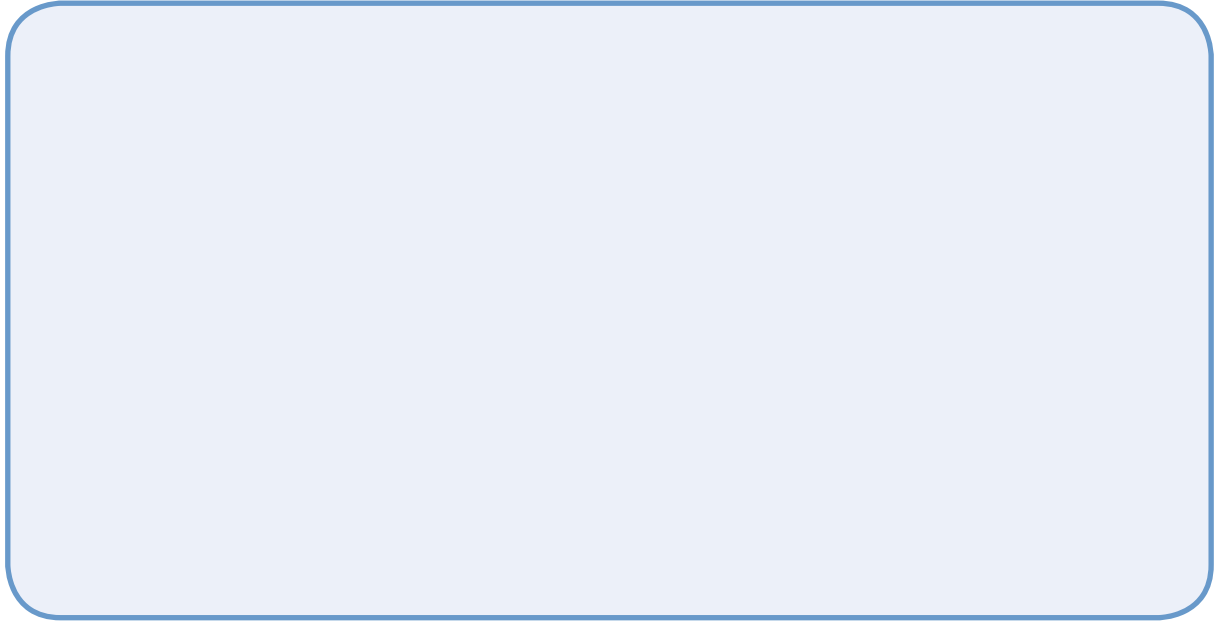
Realiza una comparación entre todos los ejemplos presentados y define qué es una matriz aumentada y ejemplifica:

Ahora que conocemos la definición, encuentra la matriz aumentada de todo el ejercicio 3 de la página 25 del libro citado anteriormente.

#### 4. Eliminación de Gauss – Jordan

Después de hacer un análisis profundo de los ejemplos del método de Gauss - Jordan propuestos en (Martínez H & Sanabria A., 2008) *“Álgebra Lineal”* (Pág. 8 - 12), realiza una comparación con el método del subtítulo anterior y a partir de ello, en el siguiente cuadro dé una breve explicación acerca de cómo se resuelve un sistema de ecuaciones mediante el método de “Gauss-Jordan”:

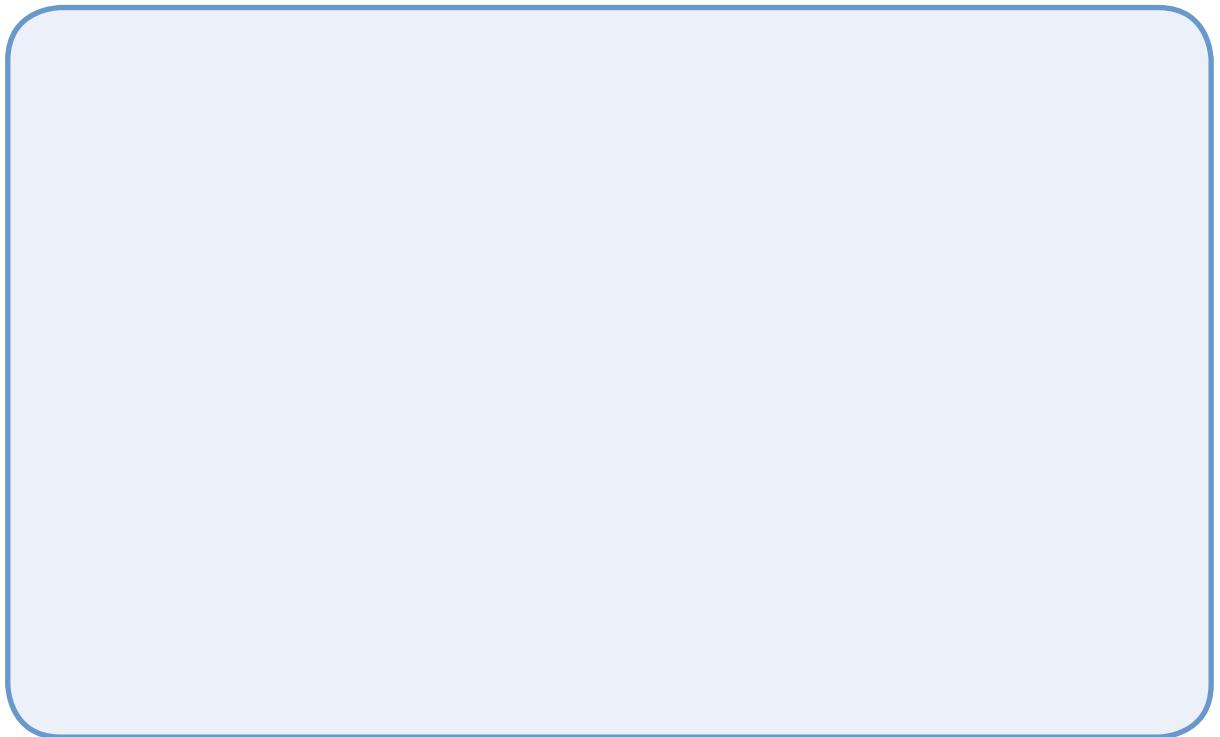
Junto a tus compañeras y compañeros, revisa el ejercicio 5 del libro (Howard, 1994) *“Introducción al Álgebra Lineal”* (Pág. 36), a partir de ello, resuelve lo que indica su enunciado.



## 5. Sistemas Homogéneos de Ecuaciones

Cuando hablamos de homogeneidad, ¿A qué nos referimos? para que tengas una idea más clara, recuerda, por ejemplo, que alguna vez pedimos que en la clase se conformen equipos para que las y los estudiantes realicen algún trabajo, y decimos que se conformen equipos homogéneos.

Entonces, a partir del ejemplo anterior y desde tu experiencia responde, ¿Qué es homogeneidad?



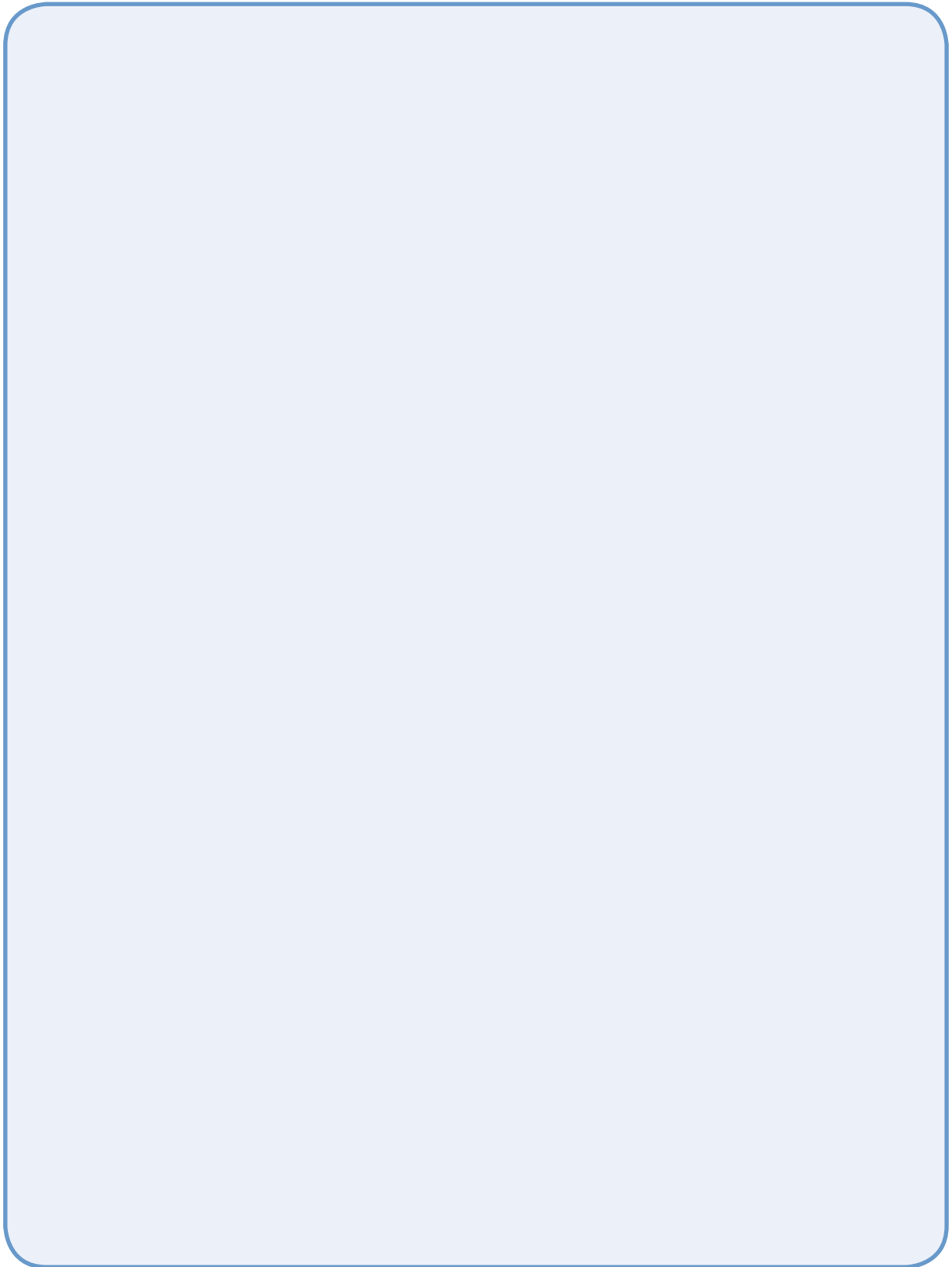
Investiga en la bibliografía del dossier digital cuál es la forma general de un Sistema Homogéneo de Ecuaciones Lineales.

Analiza las definiciones y los ejemplos planteados sobre Sistemas Homogéneos en (Howard, 1994) *“Introducción al Álgebra Lineal”* (Pág. 38 - 40) y determina el desarrollo y solución de los ejercicios 1, 2 y 5 de la página 41 del mismo libro.





Concluimos este tema, dando ejemplos de cómo podemos abordarlo dentro de nuestras Unidades Educativas, es decir qué aspectos de nuestra realidad y del contexto podemos tomar para generar un aprendizaje significativo.



## Tema 2

### Matrices

¿Sabías qué?



*Los sistemas de detección de rostros no podrían concebirse sin el aporte de las transformaciones espaciales, vectoriales y de las matrices. La técnica EigenFace (es una aplicación dirigida por ordenador que identifica automáticamente a una persona en una imagen digital), se basa en los principios y propiedades de las matrices cuadradas, de los autovalores, autovectores, matriz de covarianza, y otros más para realizar los cálculos y predecir un rostro.*

Esta técnica, EigenFace, puede incluso ser útil no sólo para rostros sino para cualquier objeto.

Por lo visto anteriormente, las matrices no sólo son de gran utilidad en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales y no lineales, sino que también son de gran aplicación en métodos numéricos<sup>1</sup>, por lo tanto también en programación, lo que implica el uso y/o creación de nuevas Tic's.

Los contenidos de este tema se desarrollan en cuarto año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva, paralelamente al tema anterior. La maestra y el maestro integran en el avance de Sistemas de Ecuaciones, el concepto de matrices y su utilidad en la vida.

### Profundización a partir del Diálogo con los Autores y el Apoyo Bibliográfico

El dominar matrices puede ser muy frustrante para algunos estudiantes, ya que el escribirlas apropiadamente, resolverlas adecuadamente y todo el procedimiento que conlleva, puede ser causa de confusión.

Sin embargo, al igual que otros procesos matemáticos, su aprendizaje puede ser más sencillo cuando se sabe exactamente cómo esos cálculos se aplican a la vida cotidiana.

---

<sup>1</sup> Métodos Numéricos: es una rama de la matemática, la cual se dedica al análisis de los errores de cálculos diferentes problemas complejos mediante la aplicación de diferentes “métodos”, con ayuda de computadoras.

Aprender acerca de las matrices no es diferente y, afortunadamente, las definiciones de matrices se aplican de forma regular en la vida diaria, pero también en espacios más complejos como la informática, tal es el caso del buscador web más famoso del mundo: “Google”. Para entender un poco más sobre el funcionamiento de este buscador, veamos todo el video: **“Algoritmo PageRank de Google”** (01:00 - 06:54 min.) y profundicemos un poco nuestros conocimientos sobre el uso de las matrices.

De igual manera, (Cano A. & Rojas A., 2009), en su artículo **“Aplicaciones del Álgebra Lineal en la Vida Cotidiana”**, nos ejemplifica cómo este algoritmo se produce mediante el uso de matrices, tal es el caso de la “Matriz Identidad” y una “Matriz Normalizada”, las cuales iremos definiendo más adelante.

## 1. Matrices y Operaciones con Matrices

Responde desde tu experiencia como maestra(o):

¿Dentro del proceso formativo de matemática cómo aplicas o aplicarías matrices?

¿Qué utilidad le podemos dar a las matrices dentro del estudio de Sistemas de Ecuaciones Lineales?

Complete las siguientes matrices:

Complete las siguientes matrices:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \square & a_{13} & a_{14} \\ \square & a_{22} & \square & a_{24} \\ a_{31} & \square & \square & \square \end{bmatrix} \quad \text{Es una matriz de } \dots \times \dots$$

$$B = \begin{bmatrix} \square & \square & \dots & b_{1n} \\ \square & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ b_{m1} & \square & \square & b_{mn} \end{bmatrix} \quad \text{Es una matriz de } \dots \times \dots$$

En la actividad anterior veíamos cómo están ordenadas las matrices de  $m \times n$ , en tal sentido, escribe una matriz cuadrada de orden “ $n$ ”:

Puedes apoyarte con la lectura de (Howard, 1994) *“Introducción al Álgebra Lineal”* (pág. 42 y 43) que nos hace referencia a los tamaños de matrices y su forma general, entre ellos la matriz  $n \times n$ .

Resuelve el ejercicio 4 (incisos a, c y e) de la página 49 de del texto (Howard, 1994) *“Introducción al Álgebra Lineal”*, pero antes, revisa las páginas 44 – 46 del mismo libro, donde se muestran ejemplos y definiciones sobre la resolución de matrices. Resuelve con sus propios cálculos auxiliares.

EJERCICIOS	CÁLCULOS AUXILIARES
a)	
b)	

c)	
d)	
d)	

Las operaciones de matrices pueden ser aplicables en la solución de diferentes problemas de nuestra vida, tal es el caso del siguiente problema de ventas:

Sean J y N las matrices que resumen la información de las ventas realizadas por Juliana y Nathalie, respectivamente, durante 1 mes (4 semanas).

Producto	juliana (J) Semana				Nathalie (N) Semana			
	1	2	3	4	1	2	3	4
a	17	3	10	0	40	13	17	23
b	4	5	8	2	8	2	5	0
c	25	15	30	10	3	5	0	6

Analizamos y resolvemos lo siguiente:

1.- El total de ventas realizadas por las dos vendedoras.

2.- Si Juliana repite su esquema de ventas durante 6 meses.

## 2. Matrices: Triangulares, Diagonales, Simétricas y Antisimétricas.

Ya hemos visto en el subtítulo anterior cómo se escriben las “Matrices Cuadradas” y de “ $m \times n$ ”, ahora define y ejemplifica cada una de las “Matrices” que indica la siguiente tabla, para lo cual puedes apoyarte con el texto (Departamento, s. f.) **“Tema 2: Álgebra”** (Pág. 5 - 7).

Matrices Triangulares	
Definición:	Ejemplo:
Matriz Diagonal	
Definición:	Ejemplo:

Matriz Transpuesta	
Definición:	Ejemplo:
Matriz Simétrica	
Definición:	Ejemplo:
Matriz Antisimétrica	
Definición:	Ejemplo:

### 3. Inversa de una Matriz no Singular

Ponemos a prueba nuestra capacidad investigativa, explorando textos o libros de nuestro dossier digital, para luego responder a las siguientes preguntas:

¿Cuándo una matriz es denominada no singular?

¿Qué diferencia tiene en relación a una matriz singular?

A continuación, define el método más simple para encontrar la inversa de una matriz de  $2 \times 2$ , luego de analizar el libro (Kolman B. & Hill D., 2006) *“Álgebra Lineal – Octava Edición”* (pág. 91 – 93), donde te muestran ejemplos de este tipo de matrices, al mismo tiempo, realiza una comparación con los ejemplos de (Lay, 2007) *“Álgebra Lineal y sus Aplicaciones”* (pág. 118 - 120).

Resuelve los ejercicios 1, 2, 3 y 4 de (Lay, 2007) *“Álgebra Lineal y sus Aplicaciones”* (pág. 126), donde nos piden encontrar la inversa de cada matriz.



#### 4. Equivalencia de Matrices.

Investiga en los textos y libros que te ofrece el dossier digital, o a partir de tus propios conocimientos responde:

Sabiendo que equivalencia es la relación de igualdad en cuanto a cantidad o valores. ¿Cuándo dos Matrices son Equivalentes?

Luego de realizar una lectura de análisis del texto de (Universidad de Costa Rica - C. Arce & Otros, 2003) “**Álgebra Lineal**” (Pág. 20 – 22) donde nos muestra definiciones y ejemplos sobre matrices equivalentes, propone dos o más ejemplos de “Matrices Equivalentes” y demuestra por qué son equivalentes:

Puedes apoyarte con el texto de (Universidad de Costa Rica - C. Arce & Otros, 2003) **“Álgebra Lineal”** (pág. 20 – 22) donde nos muestra definiciones y ejemplos sobre matrices equivalentes.

## 5. Inversión de Matrices por Gauss – Jordan

Interpreta los ejemplos de inversión por Gauss - Jordan que se propone en (AA, s. f.) **“Guía Práctica de Álgebra Lineal: Capítulo I. Introducción”** (Pág. 57 – 62), analízalos e invierte las matrices que se forman a partir de los siguientes sistemas:

	$2x + 3y + z = -1$		$2x + 3y + z = 4$
a)	$3x + 3y + z = 1$	b)	$3x + 3y + z = 8$
	$2x + 4y + z = -2$		$2x + 4y + z = 5$

Después de haber abordado los contenidos del tema, además de dar una opinión reflexionamos sobre el uso de las Matrices y su aplicabilidad en la vida, y damos algunos ejemplos:

## Tema 3

### Determinantes

*Analicemos la siguiente frase:*

*“Los encantos de esta ciencia sublime, las matemáticas, sólo se le revelan a aquellos que tienen el valor de profundizar en ella”*

*Carl Friedrich Gauss*

¿Qué nos quiere decir Gauss con esta frase? ¿Cómo maestras y maestros de matemática somos capaces de profundizar en esta ciencia, para mejorar nuestras comunidades? Respóndete a ti mismo.

Las determinantes pueden aplicarse en la resolución de problemas cotidianos y de nuestra comunidad, facilitando el uso de las matrices y ayudando así en la resolución de sistemas de ecuaciones, puesto que las determinantes estudian el número de soluciones de estos sistemas. Este contenido debe desarrollarse en cuarto año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva.

#### **Profundización a partir del Dialogo con los Autores y el Apoyo Bibliográfico**

Dentro del tema de determinantes, veremos algunos de los métodos más eficaces para encontrar la Determinante de una Matriz, pero para ello, también existen otras estrategias como el método de Sarrus, tal y como nos muestra el video de profundización: “Encontrar la Determinante a cualquier matriz  $n \times n$ ” (01:00 - 08:24 min.), veámoslo y analizamos los ejemplos que nos presenta su relator.

Profundizando dentro de lo que es el Método de Sarrus para Determinantes, podríamos apropiarnos de una estrategia de resolución sobre este método, haciendo una comparación con el contenido del video: “Determinantes Regla de Sarrus” (01:00 – 04:00 min.), puesto que ambos nos muestran el mismo método, pero haciendo uso de diferentes estrategias.

## 1. Función Determinante

¿Qué entendemos por función determinante?

Analiza detenidamente los ejemplos y las definiciones de la Función Determinante que nos presenta (Howard, 1994) *“Introducción al Álgebra Lineal”* (pág. 81 - 82), encuentre las determinantes de las siguientes matrices y explique o describa cómo lo realizó:

	Desarrollo:
$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 7 \\ 3 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & 8 \end{bmatrix}$	Explicación – Descripción:

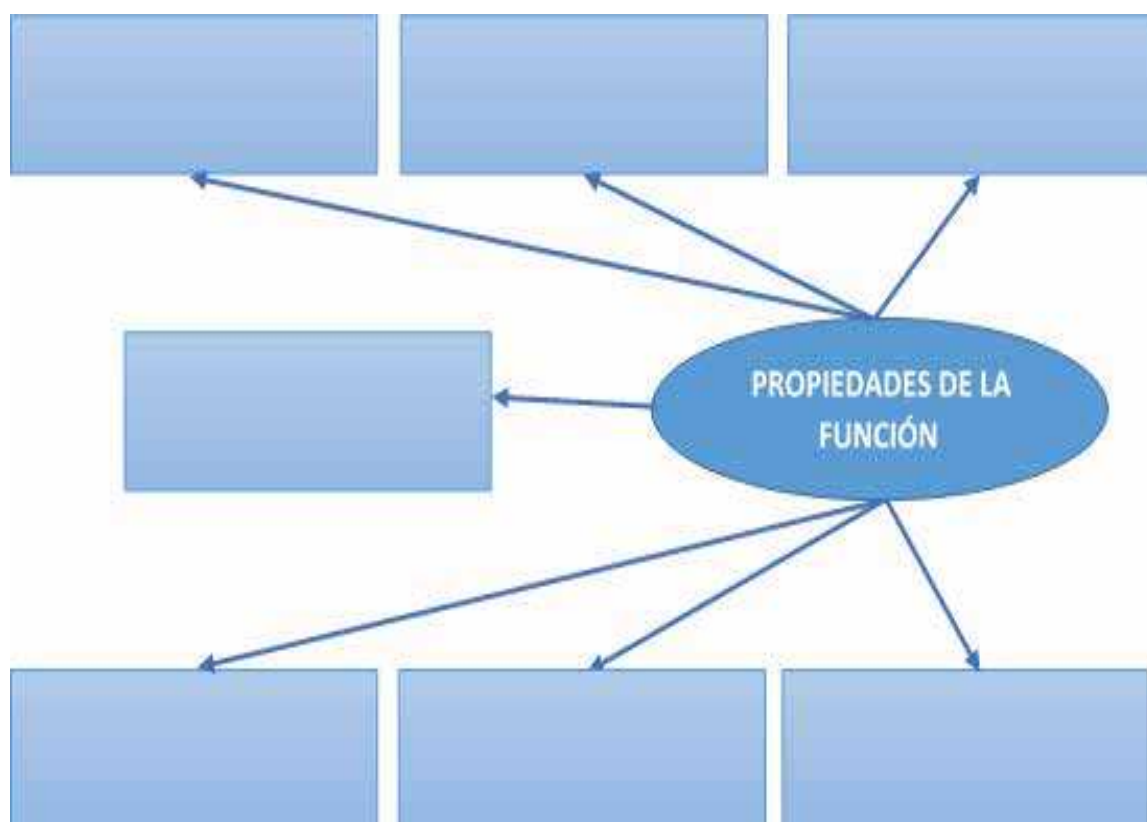
$B = \begin{bmatrix} 8 & 2 & -1 \\ -3 & 4 & -6 \\ 1 & 7 & 2 \end{bmatrix}$	<p>Desarrollo:</p>
	<p>Explicación – Descripción:</p>
$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 0 & -1 \\ 2 & 8 & 6 \end{bmatrix}$	<p>Desarrollo:</p>



	Explicación – Descripción:
--	----------------------------

## 2. Propiedades de la Función Determinante

Analiza las definiciones y ejemplos sobre propiedades de la Función Determinante en el texto (Departamento, s. f.) **“Tema 2: Álgebra”** (pág. 18 - 19), luego completa el siguiente cuadro sinóptico:



Menciona un ejemplo de cada propiedad, especificando sus características:

### 3. Desarrollo por Cofactores

$$\begin{pmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{pmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 4 & -1 & 5 \\ 3 & 3 & -4 \\ 6 & 2 & -3 \end{vmatrix} = 4 \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 6 & -3 \end{vmatrix} + 5 \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 6 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = 4(-1) + 1(15) + 5(-12) = -4 + 15 - 60 = -49$$

Analiza el ejemplo presentado, busca otros y deduce en qué consiste el método de desarrollo de una Determinante por Cofactores:

A continuación, resuelve los ejercicios 5 y 6 de desarrollo por cofactores en (Howard, 1994) *"Álgebra Lineal"* (pág. 107).



#### 4. Regla de Cramer

Ejemplo de la Función Determinante mediante la Regla de Cramer:

$$\begin{cases} x + y + z = 11 \\ 2x - y + z = 5 \\ 3x + 2y + z = 24 \end{cases}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = (-1 + 3 + 4) - (-3 + 2 + 2) = 5$$

$$|A_x| = \begin{vmatrix} 11 & 1 & 1 \\ 5 & -1 & 1 \\ 24 & 2 & 1 \end{vmatrix} = (-11 + 24 + 10) - (-24 + 22 + 5) = 20$$

$$|A_y| = \begin{vmatrix} 1 & 11 & 1 \\ 2 & 5 & 1 \\ 3 & 24 & 1 \end{vmatrix} = (5 + 33 + 48) - (15 + 24 + 22) = 25$$

$$|A_z| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 11 \\ 5 & -1 & 5 \\ 3 & 2 & 24 \end{vmatrix} = (-24 + 15 + 44) - (-33 + 10 + 48) = 10$$

$$x = \frac{|A_x|}{|A|} = \frac{20}{5} = 4 \Rightarrow x = 4$$

$$y = \frac{|A_y|}{|A|} = \frac{25}{5} = 5 \Rightarrow y = 5$$

$$z = \frac{|A_z|}{|A|} = \frac{10}{5} = 2 \Rightarrow z = 2$$

Partiendo del análisis del ejemplo anterior, deduce en que consiste la Regla de Cramer:

Utiliza de la Regla de Cramer para resolver los siguientes ejercicios:

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y - z = 7 \\ 2x + y + z = 6 \\ x - y + 3z = -1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2x + 3y - 5z - 2 = 0 \\ 3x - y + 2z + 1 = 0 \\ 5x + 4y - 6z - 3 = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2x + y + 4z + 8t = -1 \\ x + 3y - 6z + 2t = 3 \\ 3x - 2y + 2z - 2t = 8 \\ 2x - y + 2z = 4 \end{array}$$

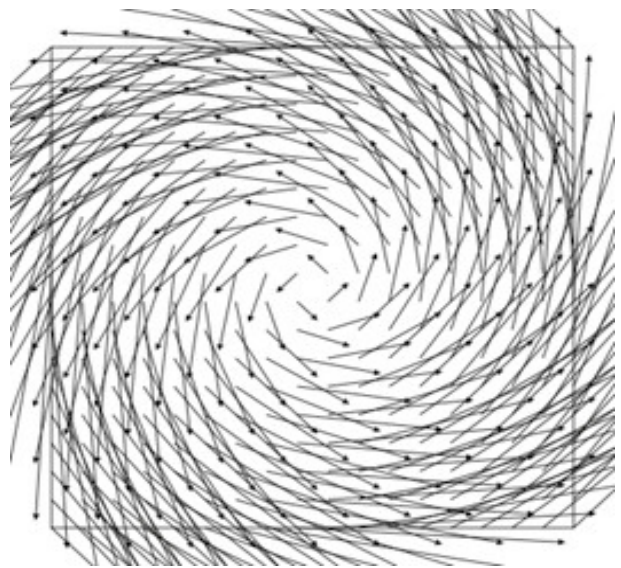
## Tema 4

### Espacios Vectoriales

Dentro de los “Espacios Vectoriales”, está el espacio euclidiano que al mismo tiempo se considera como un “Espacio Vectorial” que cumple con características muy específicas con respecto a las operaciones y transformaciones que se realizan dentro de él.

Como conocimiento general debemos entender que los espacios que ocupamos, como el de dos dimensiones o de tres dimensiones, los cuales son conocidos como sistemas cartesianos de 2 y 3 dimensiones, son también “Espacios Euclidianos”.

Por ejemplo, puedes crear espacios que en lugar de tener puntos formados por líneas rectas (como los cartesianos), tengan puntos en forma circular y generen vectores esféricos en un “Espacio Tridimensional”.



Por lo tanto, cualquier espacio que cumpla con las reglas de la geometría de Euclides es un espacio euclidiano y es considerado también como un espacio vectorial.

Su aplicación se hace en cualquier estudio de modelización, en los campos eléctricos y electromagnéticos en física, por ejemplo. También es aplicable dentro de la propia matemática, como en las Secciones Cónicas y rotación de ejes y Ecuaciones Diferenciales Lineales.

La o el maestro puede hacer el abordaje de este tema paralelamente al aprendizaje de las y los estudiantes en cuanto a vectores en física, complementando y ampliando sus conocimientos, por lo que sería apropiado abordarlo en quinto y sexto curso de Educación Secundaria Comunitaria Productiva.

## Profundización a partir del Diálogo con los Autores y el Apoyo Bibliográfico

### 1. Espacios Vectorial

Lee y analiza críticamente (Cobos J. & Otros, S. F.) ***“Apuntes de Álgebra Lineal para la Titulación de Ingeniería Técnica en Informática de Gestión”*** (pág. 47 - 51), donde nos presenta definiciones de diferentes espacios vectoriales además de las propiedades de estos.

A continuación responde a los siguientes cuestionantes:

¿Por qué resulta importante el estudio de los sistemas de ecuaciones?

¿Por qué son importantes las propiedades de suma de vectores y de producto por un escalar, para los espacios vectoriales?

Partiendo de tu propio criterio, ¿cómo definirías lo que es un Espacio Vectorial?

Ahora que ya sabemos lo que es un espacio vectorial, represéntalo gráficamente.

## 2. Propiedades de los Espacios Vectoriales

En la lectura del subtítulo anterior (pág. 50 – 51), pudiste analizar las propiedades de un espacio vectorial, ahora interpreta críticamente cada una de las propiedades:

### 3. Bases y Dimensión de un Espacio Vectorial

Analiza detenidamente el texto de (Campos, S. F.) “Álgebra Lineal: Bases y Dimensión” (pág. 21 - 22) y a partir de las definiciones de bases y dimensiones establecidas en el mismo, grafica la Base Canónica y un Vector sobre una Base, también realiza comparaciones con espacios de nuestra realidad y/o contexto:

Base Canónica	
Un vector sobre una Base	

Existe también otras bases que son estudiadas en un espacio vectorial, para ello nos remitimos a la interpretación de los gráficos, definiciones y ejemplos que nos ofrece (Ditutor, 2015) “Base Vectorial”.



Ahora resuelve el siguiente ejercicio:

Dados los vectores  $u = (1, 2, 3)$ ,  $v = (2, 1, 0)$  y  $w = (-1, -1, 0)$  demostrar que dichos vectores forman una base y calcula las coordenadas del vector  $(1, -1, 0)$  respecto a dicha base.

Desde el contacto directo con la realidad, propone diferentes actividades en las que se pueda mostrar, a las y los estudiantes, lo que es una base en álgebra lineal.

## Tema 5

### Producto Interior y Ortogonalidad

*“Siempre es bueno tener una visión ortogonal de algo. Esto desarrolla ideas”*

*Ken Thompson*

La ortogonalidad, dentro de los espacios Euclídeos es considerada como perpendicularidad, es decir que tiene un ángulo de  $90^\circ$ . En la vida, dentro de lo que es proyección ortogonal, sirve para representar el espacio tridimensional en dos dimensiones, donde todo objeto con volumen puede ser dibujado bajo este tipo de proyección, por ejemplo; un auto, una casa, una botella, etc.

Dentro del dibujo técnico se utiliza para el diseño de cualquier objeto como casas o departamentos, diseño de muebles, y otros.

La maestra y el maestro, deben desarrollar este contenido en sexto año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva, ya que se puede motivar a las y los estudiantes para que de alguna forma pueda optar por una carrera y pueda aplicar estos conocimientos, tal es el caso de diseño gráfico o de interiores.

#### Profundización a partir del Diálogo con los Autores y el Apoyo Bibliográfico

##### 1. Producto Interior

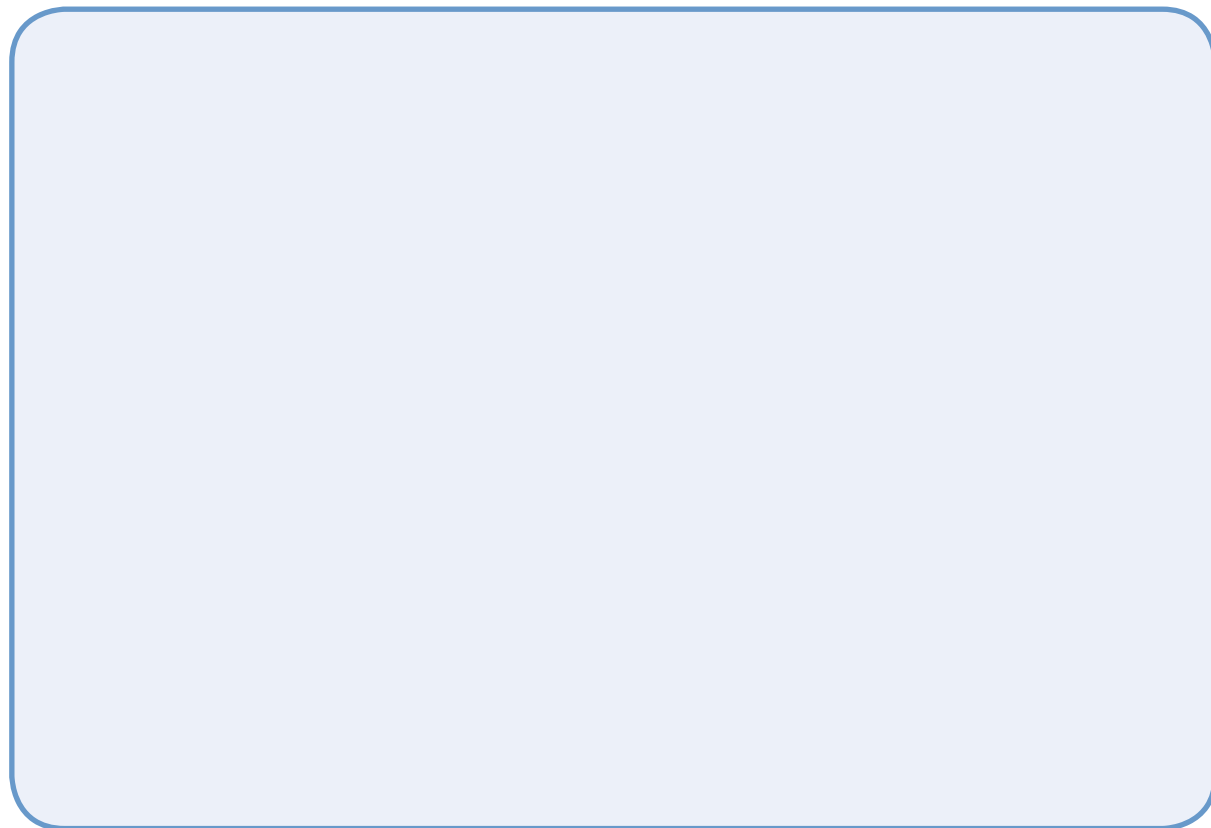
Partiendo de la definición que se encuentra en el recuadro, y del análisis de los ejemplos que te presenta (Vitutor, 2014) “Producto Escalar”, además de poner en práctica tus propios conocimientos, interpreta cada una de las propiedades que se muestran a continuación, de la definición:



Al producto interno se lo conoce también como producto escalar, interior o punto en un espacio vectorial  $V$ , asociando a cada pareja de vectores  $u, v$  en  $V$ , un número real o escalar que denotamos por  $\langle u, v \rangle$  se puede expresar también como:  $(u, v): V \times V = K$ , en donde  $V$  es un espacio vectorial y  $K$  es el cuerpo sobre el cual está definido. Lo que quiere decir que un producto entre vectores de  $R^n$  cuyo resultado es un escalar.

1. $\langle u, v \rangle = \langle v, u \rangle$ , para todo par de vectores $u$ y $v$ en $V$ .	
2. $\langle u, v + w \rangle = \langle u, v \rangle + \langle u, w \rangle$ , para todo $u, v$ y $w$ en $V$ .	
3. $\langle k u, v \rangle = k \langle u, v \rangle = \langle u, k v \rangle$ , para todo $u, v$ en $V$ y $k \in R$ .	
4. $\langle u, u \rangle \geq 0$ y $\langle u, u \rangle = 0$ si y solo si $u = 0$ .	

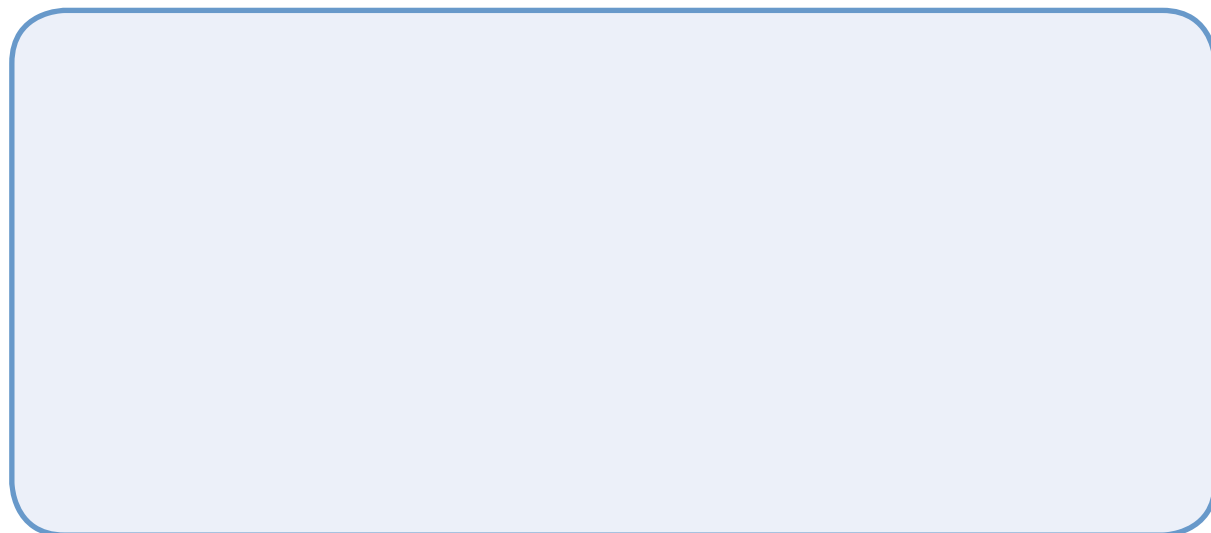
Pon a prueba tus conocimientos y representa gráficamente el “producto interior”, recuerda que este tipo de producto es también conocido como “producto escalar”.

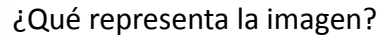


## 2. Ortogonalidad

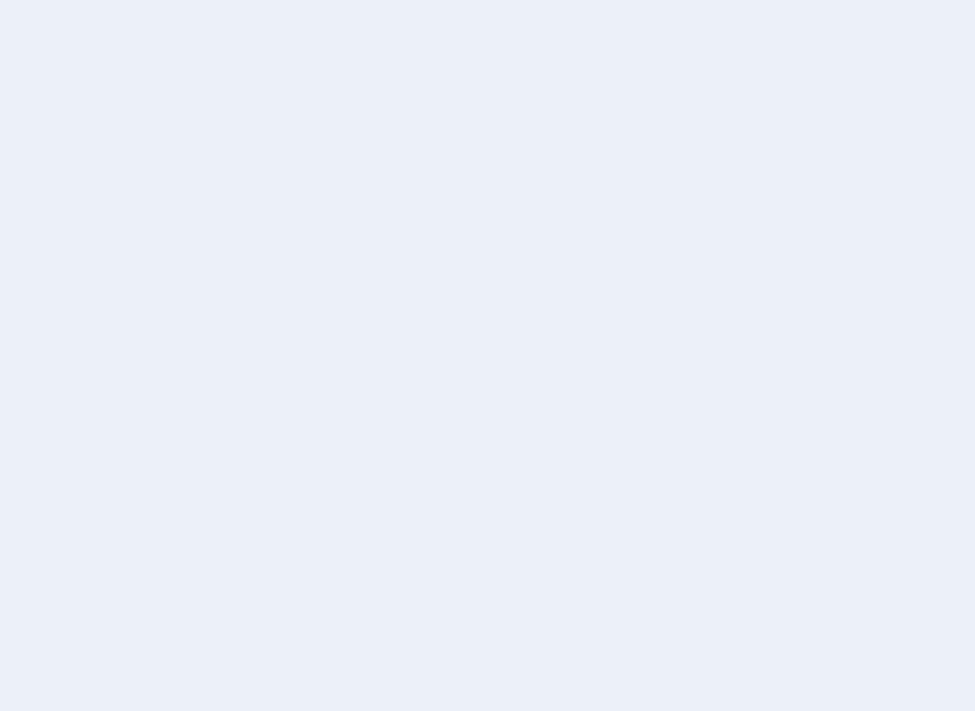
Hasta ahora hemos visto el uso de “vectores” dentro del producto interior, pero estos no solo pueden ser representados en el plano, sino también en un espacio, el cual se denomina espacio vectorial.

El término “ortogonalidad” se entiende como una generalización de la noción geométrica de “perpendicularidad”, entonces, ¿Cómo definimos lo que es ortogonalidad? Investiga y responde:





¿Qué elementos u objetos de nuestra vida podemos utilizar para representar gráficamente la ortogonalidad?



# Orientaciones para la Sesión de Concreción



Las Concreciones nos muestran la puesta en acción y aplicación de los procesos teóricos/prácticos abordados durante las sesiones presenciales y de auto formación, lo que implica que debemos enfocar la concreción en el actual Modelo Educativo, mediante un conjunto de estrategias y/o actividades.

En la sesión de concreción se presentan dos momentos, que de igual manera son importantes para la consolidación de nuestros conocimientos y su debida aplicación:

## 1. Autoformación para Profundizar las Lecturas Complementarias:

En la concreción del proceso de autoformación, debemos tener en cuenta las lecturas recomendadas para profundizar los conocimientos de la Unidad de Formación, de igual manera vemos y analizamos detenidamente los videos y realizamos los ejercicios prácticos que deben ser resueltos a la brevedad posible.

Lecturas complementarias de profundización:

- Howard, A. (1994). Introducción al Álgebra Lineal. México D. F.: LIMUSA S. A.
- Martinez H & Sanabria A. (2008). Álgebra Lineal. S.D.: S. D.
- <https://www.youtube.com/watch?v=siGID3l2puM>
- Kolman B. & Hill D. (2006). Álgebra Lineal - Octava Edición. México: PEARSON Educación.
- Cobos J. & Otros. (S. F.). Apuntes de Álgebra Lineal para la Titulación de Ingeniería Técnica en Informática de Gestión. España: Departamento de Matemática Aplicada - Universidad de Sevilla.
- Vitutor. (15 de Junio de 2014). Vitutor. Obtenido de Vitutor: [http://www.vitutor.com/geo/vec/b\\_7.html](http://www.vitutor.com/geo/vec/b_7.html)

## 2. Trabajo con las y los estudiantes para articular con el desarrollo curricular y relacionarse e involucrarse con el contexto:

Debe hacerse la aplicación de los contenidos de la Unidad de Formación, de acuerdo a las

De igual manera, para concretizar las prácticas de formación en aula, se recomienda, a la maestra/o, tomar en De igual manera al Maestro o la Maestra, para concretizar las prácticas de formación en aula, se recomienda tomar en cuenta los objetivos del Proyecto Socio Comunitario Productivo de la Unidad Educativa, en el marco del Modelo Educativo.


A continuación se proponen las siguientes actividades de concreción que a partir de un Plan de Desarrollo Curricular, debes realizarla junto a tus estudiantes:

- En los siguientes espacios, sistematice su experiencia y adjunte el Plan de Desarrollo Curricular (con el visto bueno del Director(a) de la Unidad Educativa), fotografías, ensayo y otros elementos que puedan ser evidencia del trabajo de concreción en general.

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue ruling lines. The paper has rounded corners and a thin blue border. There are ten evenly spaced horizontal lines across the page, providing a template for handwriting practice or note-taking.

Handwriting practice area with 20 sets of three horizontal lines (top solid, middle dashed, bottom solid) on a light blue background.



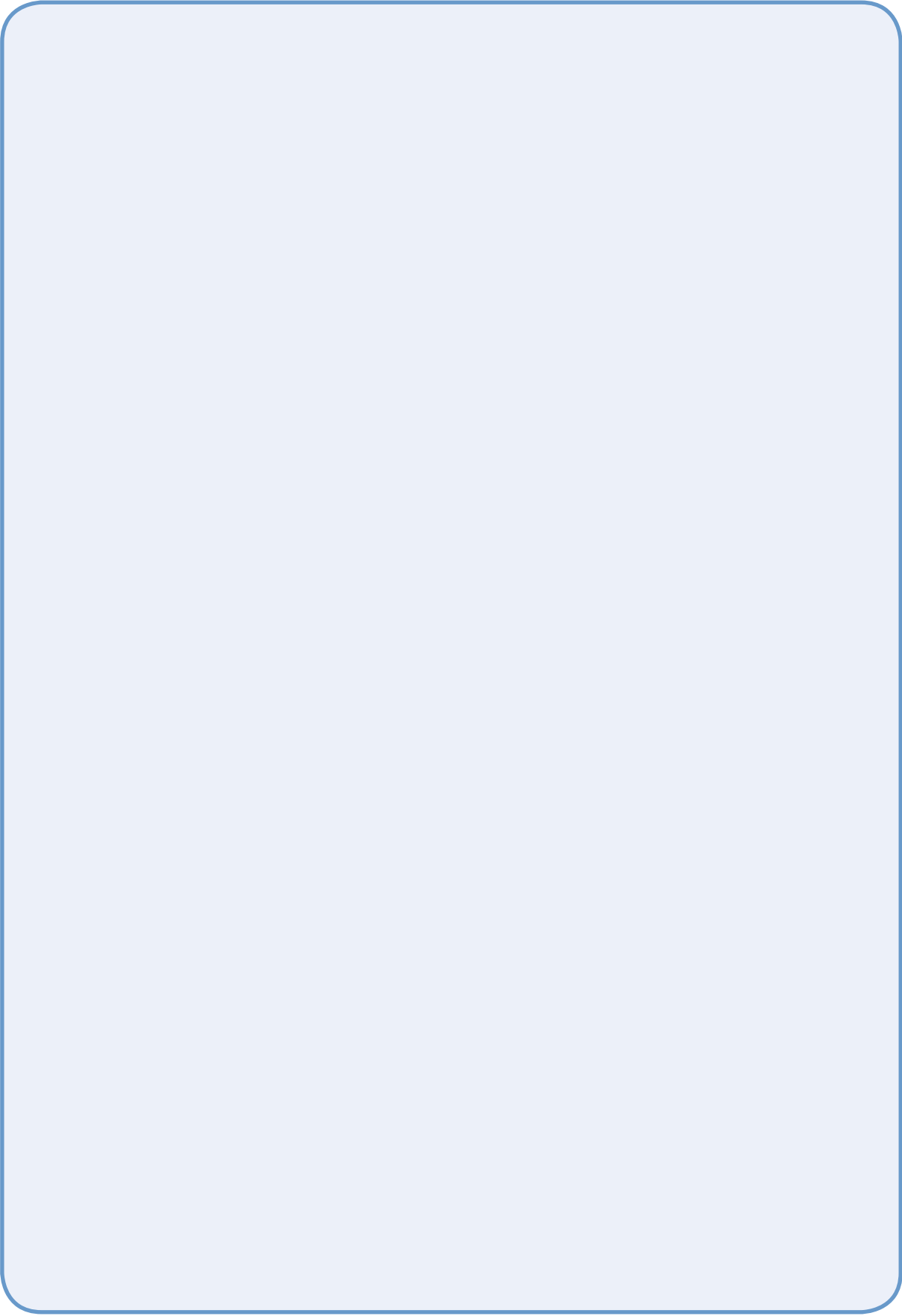



Handwriting practice area with 20 sets of three horizontal lines (top solid, middle dashed, bottom solid) on a light blue background.





En este espacio deben de adjuntar las evidencias de concreción



# Orientaciones para la Sesión de Socialización



Durante todo este proceso de formación planteado en la presente guía a través de diferentes actividades formativas, debe tener como resultado la apropiación de los contenidos abordados. El tutor a cargo deberá realizar la evaluación correspondiente a la Unidad de Formación “Álgebra Lineal: Diseño y Producción”, de acuerdo a los siguientes parámetros:

- **Evaluación de Evidencias**

- Revisión de toda la evidencia de la realización de las actividades de concreción a partir de la bibliografía propuesta en la guía y otras que hubiesen sido sugeridas.
- También están las evidencias de la concreción, como ser: actas de reuniones, videos, fotografías, cuadernos de campo, apuntes (considerando que los apuntes son la producción propia del participante), planes de desarrollo curricular, ejercicios resueltos, etc.

- **Evaluación de la socialización de la concreción**

- Se debe socializar como y a partir de qué se hizo la articulación de los contenidos con la malla curricular, el plan de clase y el proyecto Sociocomunitario de la Unidad Educativa.
- El uso y construcción de materiales y su adecuación a los contenidos.
- La aceptación e involucramiento de las y los estudiantes y la comunidad en el trabajo realizado.
- El o los productos tangibles e intangibles, que se originaron a partir de la concreción.
- Conclusiones.

- **Evaluación Objetiva:**

- Será una evaluación individual, en donde el participante debe tomar en cuenta todo lo relacionado con los siguientes temas o contenidos:
  - a) Sistemas de Ecuaciones Lineales.
  - b) Matrices.
  - c) Determinantes.
  - d) Espacios vectoriales.
  - e) Producto interior y ortogonalidad

# Bibliografía

- AA. (S. F.). Guía Práctica de Álgebra Lineal: Capítulo I. Introducción. S. D.: S. D.
- Barrera, F. (2014). Álgebra Lineal . México: Grupo Editorial PATRIA.
- Campos, N. (S. F.). Álgebra Lineal: Bases y Dimensión. S. D.: S. D.
- Cano A. & Rojas A. (s. f. de Junio de 2009). Aplicaciones del Álgebra Lineal en la Vida Cotidiana. Obtenido de ResearchGate: <https://www.researchgate.net/publication/216456908>
- Cobos J. & Otros. (S. F.). Apuntes de Álgebra Lineal para la Titulación de Ingeniería Técnica en Informática de Gestión. España: Departamento de Matemática Aplicada - Universidad de Sevilla.
- D. d. (S. F.). Álgebra. S. D.: Introducción a la Matemática Económico - Empresarial.
- Dítutor. (5 de Noviembre de 2015). Base Vectorial. Obtenido de Dítutor: [http://www.ditutor.com/vectores/base\\_vectores.html](http://www.ditutor.com/vectores/base_vectores.html)
- Howard, A. (1994). Introducción al Algebra Lineal. México D. F.: LIMUSA S. A.
- Kolman B. & Hill D. (2006). Álgebra Lineal - Octava Edición. México: PEARSON Educación.
- Lay, D. (2007). Álgebra Lineal y sus Aplicaciones. México: PEARSON EDUCACIÓN.
- Martínez H & Sanabria A. (2008). Álgebra Lineal. S.D.: S. D.
- Universidad de Costa Rica - C. Arce & Otros. (2003). Álgebra Lineal. Costa Rica: LATEX.
- Vitutor. (15 de Junio de 2014). Producto Escalar. Obtenido de Vitutor: [http://www.vitutor.com/geo/vec/b\\_7.html](http://www.vitutor.com/geo/vec/b_7.html)

# Anexo

## ESPECIALIDAD: MATEMÁTICA UNIDAD DE FORMACIÓN: ÁLGEBRA LINEAL, DISEÑO Y PRODUCCIÓN

Temas	Utilidad para el maestro	Aplicabilidad en la vida	Contenidos	Bibliografía de profundización
SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES	Este contenido se desarrolla en el cuarto año de escolaridad de educación secundaria comunitaria productiva de acuerdo al programa de estudio; durante el desarrollo de estos contenidos la maestra y maestro pueden dosificar el proceso formativo y aplicación de métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales.	Asimismo, este contenido tiene una utilidad, donde el estudiante puede aplicarlo en la solución de problemas de su comunidad haciendo uso de ecuaciones de primer grado, y de sistemas de ecuaciones de primer grado o lineales.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Sistemas de Ecuaciones Lineales.</b> Howard, A. (1994). Introducción al Álgebra Lineal. México D. F.: LIMUSA S. A. (Pág. 19 - 21)</li> <li>• <b>Conjunto Solución.</b> Barrera, F. (2014). Álgebra Lineal. México: Grupo Editorial PATRIA. (Pág. 19 - 20).</li> <li>• <b>Matriz Aumentada.</b> Howard, A. (1994). Introducción al Álgebra Lineal. México D. F.: LIMUSA S. A. (Pág. 22)</li> <li>• <b>Eliminación de Gauss - Jordan.</b> Martínez H &amp; Sanabria A. (2008). Álgebra Lineal. S.D.: S. D. (Pág. 8 - 12) OBLIGATORIO Howard, A. (1994). Introducción al Álgebra Lineal. México D. F.: LIMUSA S. A. (Pág. 36)</li> <li>• <b>Sistemas homogéneos de Ecuaciones Finales.</b> Howard, A. (1994). Introducción al Álgebra Lineal. México D. F.: LIMUSA S. A. (Pág. 38 - 40)</li> </ul>	<p>Video: "Aplicaciones de Álgebra Lineal a la vida cotidiana" <a href="https://www.youtube.com/watch?v=sIGD3I2puM">https://www.youtube.com/watch?v=sIGD3I2puM</a></p> <p>Video: "Álgebra Lineal Aplicada a la Vida Cotidiana" <a href="https://www.youtube.com/watch?v=cxWZt-BahTnE">https://www.youtube.com/watch?v=cxWZt-BahTnE</a></p>
MATRICES	El desarrollo de los contenidos de este tema, debe realizarse en cuarto año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva, paralelamente al desarrollo del tema anterior. La o el maestro integra en el avance de Sistemas de Ecuaciones, el concepto de matrices y su utilidad en la vida.	Las matrices son de gran utilidad en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales y no lineales, por lo que son de gran aplicación en métodos numéricos, y por lo tanto en programación, lo que implica el uso de las TIC's.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Matrices y Operaciones con Matrices.</b> Howard, A. (1994). Introducción al Álgebra Lineal. México D. F.: LIMUSA S. A. (Pág. 42 y 43).</li> <li>• <b>Matrices: triangulares, diagonales, simétricas y antisimétricas.</b> DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA FINANCIERA. (S. F.). Álgebra. S. D.: Introducción a la Matemática Económico - Empresarial. (Pág. 5 - 7).</li> <li>• <b>Inversa de una Matriz no Singular.</b> Kolman B. &amp; Hill D. (2006). Álgebra Lineal - Octava Edición. México: PEARSON Educación. (Pág. 91 - 93)</li> <li>• <b>Equivalencia de Matrices.</b> Universidad de Costa Rica - C. Arce &amp; Otros. (2003). Álgebra Lineal. Costa Rica: LATEX. (Pág. 20 - 22).</li> <li>• <b>Inversión de Matrices por Gauss - Jordan.</b> AA. (S. F.). Guía Práctica de Álgebra Lineal: Capítulo I. Introducción. S. D.: S. D. (Pág. 57 - 62)</li> </ul>	<p>Video: "Encontrar la Determinante a cualquier matriz n x n" <a href="https://www.youtube.com/watch?v=JElk-QE_hw40">https://www.youtube.com/watch?v=JElk-QE_hw40</a></p> <p>Video: "Determinantes Regla de Sarrus" <a href="https://www.youtube.com/watch?v=9kqelLwz-FMY">https://www.youtube.com/watch?v=9kqelLwz-FMY</a></p>

ESPACIOS VECTORIALES	La o el maestro puede hacer el abordaje de este tema paralelamente al aprendizaje de los estudiantes en cuantos vectores en física, complementando y ampliando sus conocimientos, por lo que sería apropiado abordarlo en quinto y sexto de Secundaria Comunitaria Productiva.	Su aplicación se hace en cualquier estudio de modelización, en los campos eléctricos y electromagnéticos en física por ejemplo. También es aplicable dentro de la propia matemática, como en las Secciones Cónicas y rotación de ejes y Ecuaciones Diferenciales Lineales.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Espacios Vectoriales.</b> Cobos J. &amp; Otros. (S. F.). Apuntes de Álgebra Lineal para la Titulación de Ingeniería Técnica en Informática de Gestión. España: Departamento de Matemática Aplicada - Universidad de Sevilla. (Pág. 47 - 51).</li> <li>• <b>Propiedades de Los Espacios Vectoriales.</b> Cobos J. &amp; Otros. (S. F.). Apuntes de Álgebra Lineal para la Titulación de Ingeniería Técnica en Informática de Gestión. España: Departamento de Matemática Aplicada - Universidad de Sevilla. (Pág. 50 - 51).</li> <li>• <b>Bases y Dimensión de un Espacio Vectorial.</b> Campos, N. (S. F.). Álgebra Lineal: Bases y Dimensión. S. D.: S. D. (Pág. 21 - 22) Ditutor. (5 de Noviembre de 2015). Ditutor. Obtenido de Ditutor: <a href="http://www.ditutor.com/vectores/base_vectores.html">http://www.ditutor.com/vectores/base_vectores.html</a></li> </ul>	Campos, N. (S. F.). Álgebra Lineal: Espacios Vectoriales.
PRODUCTO INTERIOR Y ORTOGONALIDAD	La maestra o el maestro pueden desarrollar este contenido en sexto de Secundaria Comunitaria Productiva, ya que se puede motivar al estudiantes para que elija una carrera en donde pueda aplicar estos conocimientos, tal es el caso de diseño gráfico o de interiores.	Dentro de lo que es proyección ortogonal, sirve para representar el espacio tridimensional en dos dimensiones, donde todo objeto con volumen puede ser dibujado bajo este tipo de proyección por ejemplo un auto, una casa, una botella, etc. Dentro del dibujo técnico se utiliza en el diseño de cualquier objeto como casas o departamentos.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Producto Interior.</b> Vitutor. (15 de Junio de 2014). Vitutor. Obtenido de Vitutor: <a href="http://www.vitutor.com/geo/vec/b_7.html">http://www.vitutor.com/geo/vec/b_7.html</a> OBLIGATORIO</li> <li>• <b>Ortogonalidad.</b></li> </ul>	Friedberg S. & Otros. (1982). Álgebra Lineal. México: PUBLICACIONES CULTURAL, S.A.







**Revolución Educativa  
con Revolución Docente  
para Vivir Bien**