



Guía de Estudio

Cálculo en R2 Aplicada a la Tecnología

Matemática



© De la presente edición

Colección:

GUÍAS DE ESTUDIO - NIVELACIÓN ACADÉMICA

DOCUMENTO:

Unidad de Formación

Cálculo en R2 Aplicada a la Tecnología

Documento de Trabajo

Coordinación:

Dirección General de Formación de Maestros

Nivelación Académica

Como citar este documento:

Ministerio de Educación (2016). Guía de Estudio: Unidad de Formación

“Cálculo en R2 Aplicada a la Tecnología”, Equipo Nivelación Académica, La Paz Bolivia.

LA VENTA DE ESTE DOCUMENTO ESTÁ PROHIBIDA

Denuncie al vendedor a la Dirección General de Formación de Maestros, Telf. 2912840 - 2912841

NA



Cálculo en R2

Aplicada a la Tecnología

Matemática



Puntaje

Datos del participante

Nombres y Apellidos:

Cédula de identidad:

Teléfono/Celular:

Correo electrónico:

UE/CEA/CEE:

ESFM:

Centro Tutorial:

Índice

Presentación	7
Estrategia Formativa	8
Objetivo Holístico de la Unidad de Formación	10
Orientaciones para la Sesión Presencial	11
Materiales Educativos	12
Partiendo desde nuestra Experiencia y el Contacto con la Realidad.....	13
 Tema 1: Números Reales y Desigualdades.....	16
Profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico	17
1. La recta de los números reales	17
2. Desigualdades	17
3. Intervalos.....	19
4. Valor absoluto.....	20
 Tema 2: Funciones Reales y sus Gráficas.....	21
Profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico.....	21
1. Funciones	21
2. Funciones especiales	23
3. Operaciones con funciones	24
 Tema 3: Límites y Continuidad	25
Profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico.....	25
1. Concepto intuitivo de límite	25
2. Definición de límite, interpretación geométrica.....	27
3. Límites laterales.....	29
4. Propiedades de los límites.....	30
5. Límites trigonométricos.....	30
6. Límites al infinito	31

7. Límites indeterminados	32
8. Límites exponenciales	32

Tema 4: Derivadas y Aplicaciones de las Derivadas

Profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico.....	34
1. Introducción intuitiva y motivadora	34
2. Definición e interpretación geométrica.....	35
3. Derivadas por definición y por tablas	36
4. Derivadas de funciones elementales	38
5. Máximos y mínimos, puntos singulares	39
6. Teorema de Rolle y del valor medio	40

Tema 5: Integrales y Aplicaciones de Integrales

Profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico.....	42
1. Definición de la integral de Riemann.....	42
2. Definición de la integral.....	43
3. Propiedades básicas de la integral de Riemann	43
4. Teorema fundamental del cálculo	44
5. Métodos básicos de integrales	44
6. Integrales impropias	45
7. Cálculo de áreas planas	46
8. Longitud de un arco de curva	47

Orientaciones para la Sesión de Concreción	50
--	----

Orientaciones para la Sesión de Socialización	55
---	----

Bibliografía	56
--------------------	----

Anexo



Presentación

El proceso de Nivelación Académica constituye una opción formativa dirigida a maestras y maestros sin pertinencia académica y segmentos de docentes que no han podido concluir distintos procesos formativos en el marco del PROFOCOM-SEP. EL mismo ha sido diseñado desde una visión integral como respuesta a la complejidad y las necesidades de la transformación del Sistema Educativo Plurinacional.

Esta opción formativa desarrollada bajo la estructura de las Escuelas Superiores de Formación de Maestras/os autorizados, constituye una de las realizaciones concretas de las políticas de formación docente, articuladas a la implementación y concreción del Modelo Educativo Sociocomunitario Productivo (MESCP), para incidir en la calidad de los procesos y resultados educativos en el marco de la Revolución Educativa con 'Revolución Docente' en el horizonte de la Agenda Patriótica 2025.

En tal sentido, el proceso de Nivelación Académica contempla el desarrollo de Unidades de Formación especializadas, de acuerdo a la Malla Curricular concordante con las necesidades formativas de los diferentes segmentos de participantes que orientan la apropiación de los contenidos, enriquecen la práctica educativa y coadyuvan al mejoramiento del desempeño docente en la UE/CEA/CEE.

Para apoyar este proceso se ha previsto el trabajo a partir de Guías de Estudio, Dossier Digital y otros recursos, los cuales son materiales de referencia básica para el desarrollo de las Unidades de Formación.

Las Guías de Estudio comprenden las orientaciones necesarias para las sesiones presenciales, de concreción y de socialización. En función a estas orientaciones, cada tutora o tutor debe enriquecer, regionalizar y contextualizar los contenidos y las actividades propuestas de acuerdo a su experiencia y a las necesidades específicas de las y los participantes.

Por todo lo señalado se espera que este material sea de apoyo efectivo para un adecuado proceso formativo, tomando en cuenta los diferentes contextos de trabajo y los lineamientos de la transformación educativa en el Estado Plurinacional de Bolivia.

Roberto Iván Aguilar Gómez
MINISTRO DE EDUCACIÓN

Estrategia Formativa

El proceso formativo del Programa de Nivelación Académica se desarrolla a través de la modalidad semipresencial según calendario establecido para cada región o contexto, sin interrupción de las labores educativas en las UE/CEA/CEEs.

Este proceso formativo, toma en cuenta la formación, práctica educativa y expectativas de las y los participantes del programa, es decir, maestras y maestros del Sistema Educativo Plurinacional que no concluyeron diversos procesos formativos en el marco del PROFOCOM-SEP y PPMI.

Las Unidades de Formación se desarrollarán a partir de sesiones presenciales en periodos intensivos de descanso pedagógico, actividades de concreción que la y el participante deberá trabajar en su práctica educativa y sesiones presenciales de evaluación en horarios alternos durante el descanso pedagógico. La carga horaria por Unidad de Formación comprende:

SESIONES PRESENCIALES	CONCRECIÓN EDUCATIVA	SESIÓN PRESENCIAL DE EVALUACIÓN	80 Hrs. X UF
24 Hrs.	50 Hrs.	6 Hrs.	

FORMACIÓN EN LA PRÁCTICA

Estos tres momentos consisten en:

1er. MOMENTO (SESIONES PRESENCIALES). Parte de la experiencia cotidiana de las y los participantes, desde un proceso de reflexión de su práctica educativa.

A partir del proceso de reflexión de la práctica de la y el participante, la tutora o el tutor promueve el diálogo con otros autores/teorías. Desde este diálogo de la y el participante retroalimenta sus conocimientos, reflexiona y realiza un análisis comparativo para generar nuevos conocimientos desde su realidad.

2do. MOMENTO (CONCRECIÓN EDUCATIVA). Durante el periodo de concreción de la y el participante deberá poner en práctica con sus estudiantes o en su comunidad educativa lo trabajado (contenidos) durante las Sesiones Presenciales. Asimismo, en este periodo de la y el participante deberá desarrollar procesos de autoformación a partir de las orientaciones de la tutora o el tutor, de la Guía de Estudio y del Dossier Digital de la Unidad de Formación.

3er. MOMENTO (SESIÓN PRESENCIAL DE EVALUACIÓN). Se trabaja a partir de la socialización de la experiencia vivida de la y el participante (con documentación de respaldo); desde esta presentación de la tutora o el tutor deberá enriquecer y complementar los vacíos y posteriormente evaluar de forma integral la Unidad de Formación.



Objetivo Holístico de la Unidad de Formación

Una vez concluida la sesión presencial (24 horas académicas), el participante deberá construir el objetivo holístico de la presente unidad de formación, tomando en cuenta las cuatro dimensiones.



Orientaciones para la Sesión Presencial



En la presente guía, se desarrollarán diferentes contenidos planteados a partir de diversas actividades, las cuales permitirán alcanzar el objetivo trazados.

Las y los participantes, considerando que la presente Unidad de Formación “Cálculo en R2 Aplicada a la Tecnología”, es de carácter formativo y evaluable, trabajarán en las diferentes actividades teóricas/prácticas programadas para el desarrollo de las unidades temáticas.

Al inicio encontrarás una actividad titulada “Partiendo desde el contacto con la realidad y la experimentación”, cuyo objetivo es que exterioricen sus saberes y conocimientos a partir de la experimentación y realidad socio-educativa.

Durante el proceso de desarrollo de la guía, deben remitirse constantemente, desde el principio hasta el final, al material bibliográfico (dossier) que se les ha proporcionado, puesto que ayudará a tener una visión más amplia y clara de lo que se trabajará.

En las sesiones presenciales debe tomarse en cuenta dos aspectos:

1. La organización del ambiente: para comenzar el desarrollo del proceso formativo es fundamental considerar la organización del ambiente, de manera que sea un espacio propicio y adecuado para el avance de las actividades planteadas.

También es importante tomar en cuenta el tipo de actividad o actividades que se realizarán durante la sesión, por ejemplo, conformación de equipos, organizar a los participantes en semicírculo, etc., también poner en consideración los lugares que serán objeto de investigación.

2. Las actividades formativas, considerando la profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico. Las actividades correspondientes a la Unidad de Formación “Cálculo en R2 Aplicada a la Tecnología”, que a lo largo de los contenidos se irán desarrollando de acuerdo a las consignas en cada una de ellas.

Materiales Educativos

Los materiales y recursos en el área de matemática tienen gran importancia en su proceso formativo, como aquellos que están en el entorno y en contacto directo con la realidad, ya que estos deben favorecer el desarrollo del pensamiento lógico y crítico, manteniendo así una mente abierta a nuevos conocimientos.

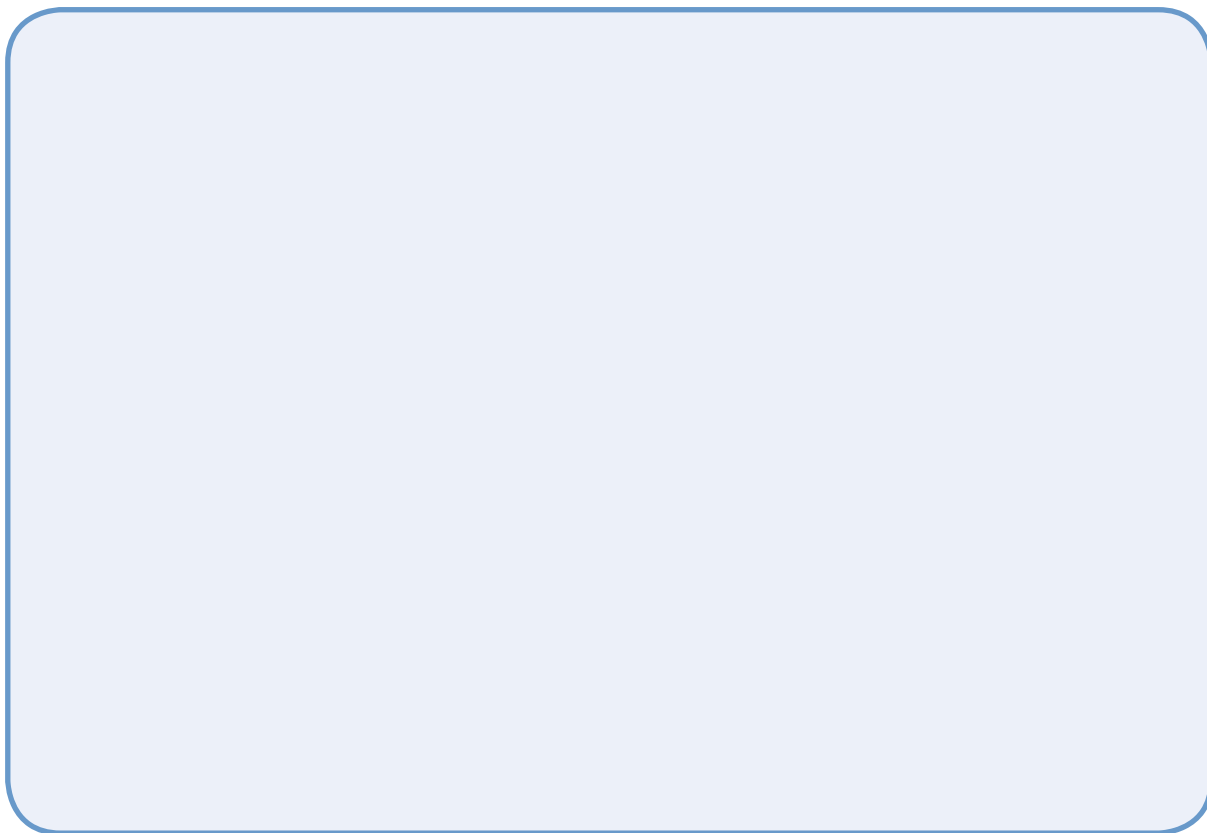
Descripción del Material/recurso educativo	Producción de conocimientos
Material de Escritorio (hojas blancas y de color, tijeras, pegamento, lápices negro y de colores, borrador, marcadores)	Permiten del desarrollo de la creatividad en la construcción de materiales educativos, en la representación gráfica de funciones, derivadas, e integrales, haciendo uso de los colores para distinguir elementos como ser: áreas, longitudes o espacios determinados.
Instrumentos Geométricos (reglas)	Desarrolla la habilidad en el manejo de las reglas durante la representación gráfica de los problemas.
Libros, artículos y páginas web.	Orienta en el aprendizaje de la interpretación de diferentes documentos bibliográficos en la comprensión y análisis de los contenidos, y el contacto directo con las diferentes opiniones de autores.
Cuaderno de notas y apuntes.	Mejora la capacidad de síntesis de los conocimientos que se adquiere durante el desarrollo de las actividades.
Audiovisuales.	Mejora la capacidad de simulación de los contenidos, a partir de demostraciones, ejemplos y exposiciones dinámicas, ampliando la visualización y desarrollando la capacidad imaginativa.

Partiendo desde nuestra Experiencia y el Contacto con la Realidad.



Siendo el Cálculo en R^2 una rama de la matemática completa donde se requiere de la aplicación de nuestros conocimientos en álgebra, trigonometría, geometría y aritmética, es importante identificar en nuestro contexto situaciones en las que se pueda visibilizar a la matemática. A continuación, en equipos de trabajo comunitario, desarrollamos lo siguiente:

- a) Existen diferentes situaciones, acontecimientos u objetos en nuestra vida cotidiana que en matemática pueden ser representados de forma gráfica. En este sentido salimos a observar a la comunidad en la que nos encontramos, luego en un plano cartesiano graficamos diferentes funciones que representen diversas situaciones, espacios, problemas o acontecimientos.



- b) Durante la observación que hicieron, seguramente se toparon con algunas movi-
lidades, por lo que se dieron cuenta que existen diferentes situaciones y problemas relacionados
a velocidad, que comúnmente son analizadas en física, tal es el caso de la aceleración
refiriéndonos a los diferentes “cambios de velocidad”.

Estos cambios de velocidad podríamos resolverlos utilizando las fórmulas o ecuaciones
respectivas que generalmente se interiorizan en física, pero ¿cómo sería posible encontrar
el cambio de velocidad instantáneo en un determinado momento o “diferenciación”, sin
hacer uso de fórmulas pre-establecidas?

- c) Identifica en la comunidad, un espacio que tenga forma irregular, ahora imagina que el
mismo debe ser llenado con agua, por lo cual debemos medir el volumen del líquido que
cabe dentro de ella. ¿Cómo sería posible medir el volumen de agua que puede caber en
este espacio considerando que el mismo es de forma irregular?



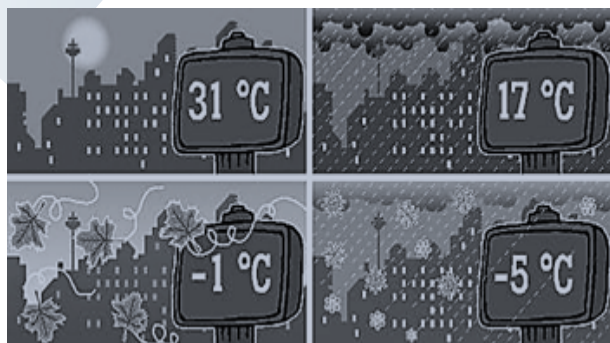
- d) Mientras observas a tu alrededor, mira también hacia arriba, piensa un momento e imagina el concepto de infinito. En la noche observa las estrellas e imagina que éstas son pequeñas fracciones de asteroides mucho más grandes. Hagamos de cuenta, que hay que dividir sucesivamente el tamaño de un asteroide para saber cuántas estrellas se pueden formar, si no existe una restricción del límite de hasta donde se debe hacer la división, desde tus propios conocimientos analiza detenidamente y responda las siguientes preguntas:

¿Hasta dónde podremos llegar con la división sucesiva? ¿Cuál es la tendencia que tiene esta división infinita o hacia donde se dirige? ¿Cómo definirías matemáticamente “infinito”?



Tema 1

Números Reales y Desigualdades



“No hay rama de la matemática, por abstracta que seas, que no pueda aplicarse algún día a los fenómenos del mundo real”

Nikolai Ivanovich Lobachevski

Haciendo una relación entre la frase de Lobachevski y la imagen. ¿A qué conclusión podemos llegar?

Responde:

.....

.....

.....

.....

.....

Los números reales y las desigualdades son aplicables en todo ámbito de la vida cotidiana, puesto que los números reales se utilizan para hacer cualquier tipo de operación aritmética, también se los considera en la medición de temperaturas.

En cuanto a las desigualdades matemáticas, podemos decir que están en todas partes y la utilizamos a diario, sólo basta con saber relacionar una situación con las desigualdades. Tal es el caso de los límites de velocidad, el mínimo de pago de una tarjeta de crédito, el límite de mensajes y llamadas telefónicas, el tiempo en que se tarda uno en llegar hasta la Unidad Educativa y así infinitas de situaciones cotidianas.

Este contenido se desarrolla en segundo y sexto año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva. La o el maestro a partir de este tema, podrá hacer que sus estudiantes relacionen la matemática con diferentes situaciones cotidianas, y que a partir de ello se motive la aplicabilidad de la matemática en la vida.

Profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico

1. La recta de los números reales

Los números reales (\mathbb{R}) son aplicables a diferentes situaciones de la vida cotidiana, al inicio del tema se mencionaba algunos ejemplos sobre la aplicabilidad de este conjunto numérico. Ahora menciona otros ejemplos de la vida en los que se utilicen éstos números:

Los números reales (\mathbb{R}) pueden ser representados geoméricamente, a esta representación se la denomina “recta real”, en este sentido, en el siguiente espacio representa la recta real a partir de un ejemplo de la vida cotidiana.

2. Desigualdades

Interpreta y define con tus propias palabras qué es una desigualdad matemática y complementa tu definición con el análisis del texto (Purcell E. & Otros, 2007) *“Cálculo Diferencial e Integral”* (Pág. 8), asumiendo que en las desigualdades se hace uso de signos especiales como (mayor, menor, etc.) y simbología algebraica.



Explica el significado de los siguientes símbolos:

\neq	
$<$	
$>$	
\leq	
\geq	

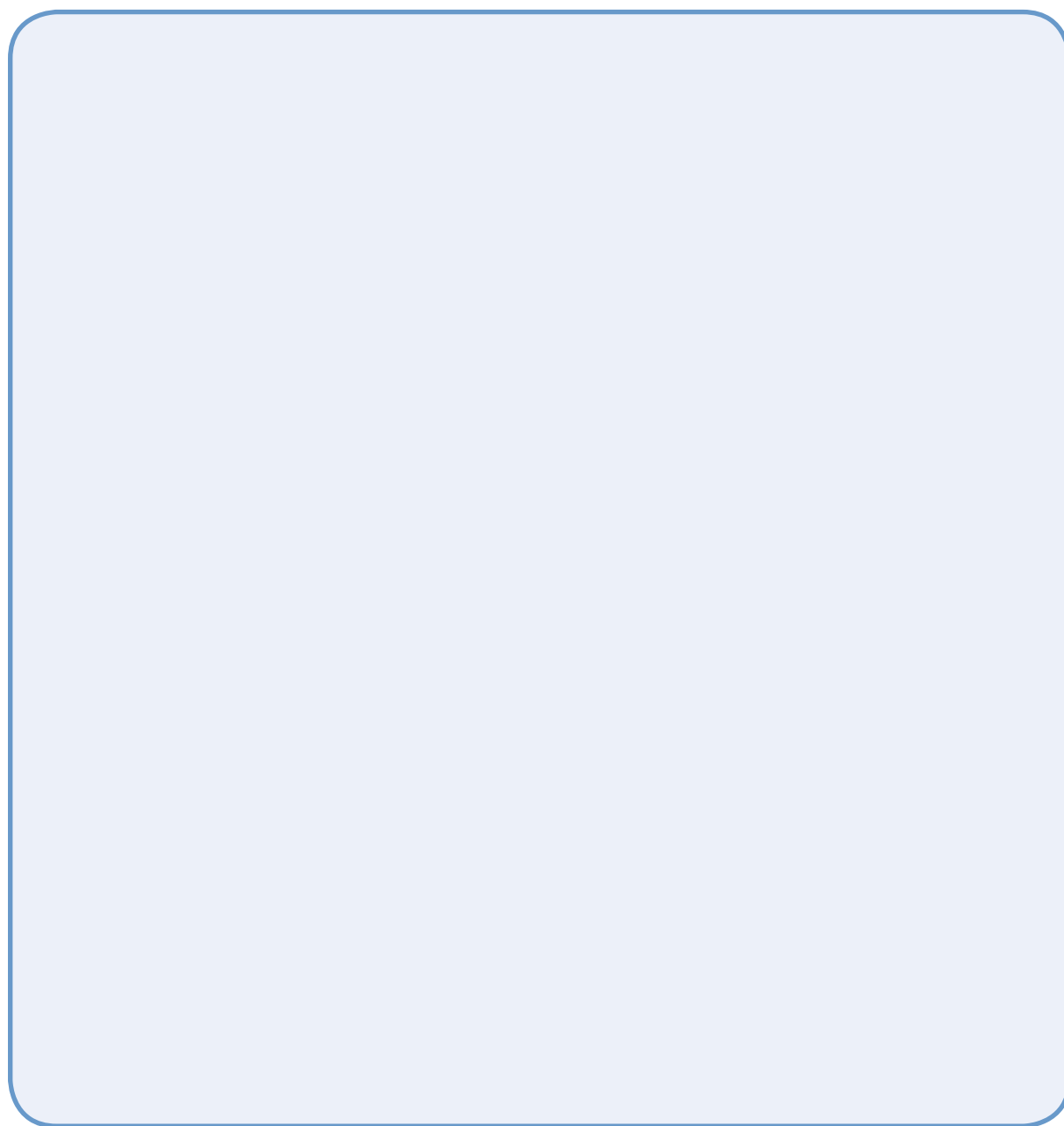
Para poder resolver una desigualdad es importante y necesario conocer algunas reglas o propiedades de desigualdades. En la lectura de (Thomas, 2006) **“Cálculo una Variable”** (Pág. 2), nos muestra un cuadro de reglas para desigualdades, en el siguiente espacio interpreta con tus propias palabras cada una de ellas.

REGLAS PARA DESIGUALDADES	INTERPRETACIÓN

3. Intervalos

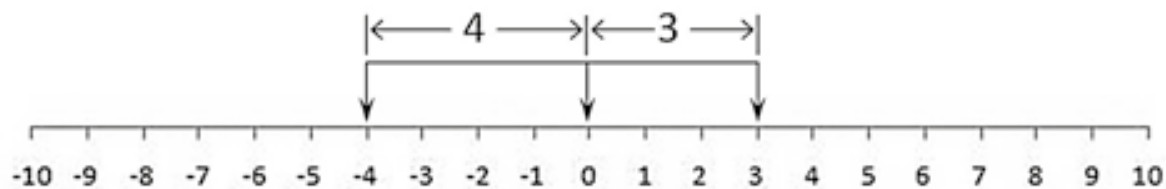
En matemáticas existen diferentes clases de intervalos, por ejemplo los “intervalos cerrados y abiertos”. Como las desigualdades denotan un conjunto de números reales, también estos conjuntos pueden representarse geoméricamente, al mismo tiempo estos conjuntos son parte de un determinado intervalo. En este sentido, amplía tus conocimientos acerca de ello, relacionando y comparando las tablas que nos presentan (Thomas, 2006) *“Cálculo una Variable”* (Pág. 9) y (Purcell E. & Otros, 2007) *“Cálculo diferencial e integral”* (Pág. 4).

Luego de comparar ambas tablas, encuentra los intervalos de solución con su debida representación gráfica de las desigualdades que propone los ejercicios 3, 6, 9, 10 y 12 de (Purcell E. & Otros, 2007) *“Cálculo diferencial e integral”* (Pág. 14).



4. Valor absoluto

Sabiendo que el valor absoluto de un número se denota por $|x|$, analice la siguiente imagen y en el espacio posterior defina lo que es “valor absoluto”.



$|-4| = 4$ La distancia entre -4 y 0 es 4.

$|3| = 3$ La distancia entre 3 y 0 es 3.

Recuerda algunas características del valor absoluto analizando e interpretando las definiciones, propiedades que presenta (Thomas, 2006) *“Cálculo una variable”* (Pág. 5 - 8). Luego, resuelve las desigualdades de la última página del libro citado (ejercicios 22, 25, 27 y 31).

Tema 2

Funciones Reales y sus Gráficas

¿Sabías qué?

En el área de biología, se utilizan las Funciones Reales y siendo más precisos, las Funciones Exponenciales para determinar el tiempo de acción de un medicamento, para calcular el crecimiento de poblaciones bacterianas, crecimiento y mortandad de animales o calcular número de bacterias en un cultivo.



Al igual que en el dato anterior, las funciones reales y sus gráficas tienen importantes aplicaciones en la vida para el desarrollo de la ciencia y la tecnología, como ser también en la mecánica, en la construcción de las consolas de juegos, cálculo de distancias del tiempo, electricidad, electrónica, en el diseño de planos para el cálculo de resistencia de materiales, en la astronomía, etc.

El presente tema se desarrollan en sexto año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva. Para la o el maestro, los contenidos de este tema ayudan a demostrar a las y los estudiantes que la matemática es aplicable en diferentes ciencias.

Profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico

1. Funciones

En matemática las funciones son consideradas como *“...una correspondencia de un conjunto “X” de números reales “x” a un conjunto “Y” de números reales “y” donde el número “y” es único para cada valor específico de “x” ”* (Leithold, 1998)

Considerando la definición anterior, en el siguiente cuadro representa una función a partir de un diagrama de Venn .

Partiendo de tu propia experiencia y conocimiento, responde a las siguientes preguntas: ¿Cómo se grafica una función? (propones un ejemplo sencillo). ¿Crees que al graficar una función, se está asociando valores de “x” con “y”? ¿Por qué?. Responde en el siguiente espacio:

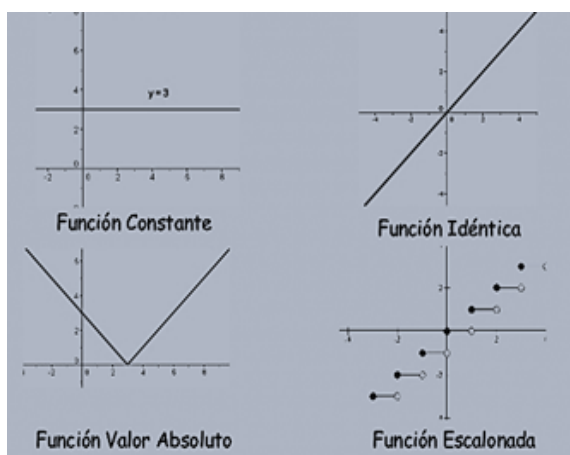
En equipos de trabajo comunitario, analiza e interpreta las definiciones y ejemplos ilustrativos que propone (Leithold, 1998) *“El Cálculo”* (Pág. 2 – 4)

Después de ello, deberán interpretar y explicar qué sucede en los ejemplos ilustrativos 2, 4 y 6 (de las páginas 2, 3, 4) de la lectura anterior.



Ahora, de manera independiente y con ayuda de la o el tutor, resuelve el ejercicio 7 incisos a, b, c, d y f, que se encuentra en la página 10 del libro citado en la actividad anterior.

2. Funciones especiales



Dentro de las funciones reales existe una clasificación de funciones, las cuales son denominadas como “Funciones Especiales”, en la siguiente imagen se muestran las gráficas de las mismas.

Teniendo estas gráficas como un antecedente de las funciones especiales, ahora analiza los ejemplos que presenta (Leithold, 1998) *“El Cálculo”* (Pág. 9) ejercicio 9 y 10, (Pág. 15) ejemplo ilustrativo 3 y 4.

Luego, en equipos de trabajo comunitario describan la característica de cada una de estas funciones, propongan ejemplos gráficos de cada una de ellas, relacionando con situaciones o acontecimientos de la vida real.

3. Operaciones con funciones

Con las funciones reales también se pueden desarrollar las cuatro operaciones aritméticas fundamentales de suma, resta, multiplicación y división, pero se debe considerar “los dominios de las funciones”¹.

Para ampliar tus conocimientos en cuanto a las operaciones con funciones, será importante analizar el libro de (Purcell E. & Otros, 2007) *“Cálculo diferencial e integral”* (Pág. 35 - 38) donde están algunas definiciones, consideraciones, fórmulas, ejemplos de las operaciones y composición de funciones.

Ahora, defina las funciones y encuentra el dominio de las mismas de acuerdo a lo que solicite el enunciado de los ejercicios 1,2, 14 y 16 del libro de (Leithold, 1998) *“El Cálculo”* (Pág. 19).

1 En matemáticas, el dominio de una función es el conjunto de los valores para los cuales la función está definida.

Tema 3

Límites y Continuidad

Un poco de Historia:

“Los antiguos griegos utilizaban procedimientos basados en límites para calcular áreas, como el área del círculo, utilizando los símbolos del $<$ $>$ (meno y mayor), consistía en cubrir (o agotar) una región de forma tan completa como fuera posible utilizando triángulos, sumando las áreas de los triángulos se tenía una aproximación al área de la región de interés. Newton y Leibniz, fueron los inventores del cálculo, sin embargo no dieron una definición rigurosa del procedimiento. El matemático francés Augustine-Louis Cauchy (1789 - 1857), fue el primero en desarrollar una definición rigurosa de límite”.

Jazmín D. (11 de agosto de 2009), “Límites” (Límites matemáticos). Fuente: http://limitesdjdo-matematicos.blogspot.com/2009/08/limites-matematicos_11.html

Los límites sirven para la derivación y por lo mismo son aplicables en diferentes ciencias básicas como la física para calcular velocidades o las razones de cambio o el crecimiento de una colonia de bacterias en biología.

Para la o el maestro le es de utilidad en la introducción del proceso formativo de las y los estudiantes en el tema de derivadas, por lo cual los contenidos de este tema, se deben desarrollar en sexto año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva.

Profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico

1. Concepto intuitivo de límite

En una de las actividades de “Partiendo desde el contacto directo con la realidad y la experimentación”, se mencionaba un ejemplo en el que hay que realizar divisiones sucesivas de manera indefinida, pues la respuesta es la siguiente: el número a dividir se haría más y más pequeño, “acercándose” cada vez más a cero.

Quizá en otros casos, por ejemplo se necesite ampliar un número de forma indefinida, este se “acercaría” más y más (en este caso) a otro número mucho más grande.

Para resolver de una forma más simple este tipo de situaciones u otras similares, el cálculo establece el uso de límites. En este sentido desarrollamos lo siguiente, poniendo a prueba nuestra capacidad deductiva e intuitiva:

- Si se tiene una función $f(x)=x^2$, analiza el comportamiento de esta función cuando los valores de la variable independiente “x”, estén muy cerca de un número determinado, al cual denominaremos como “a”.

El análisis debe hacerlo a partir de la siguiente tabla de valores de la función $f(x)$ con $a=3$, para valores cada vez más cercanos al número “a” (tanto por su derecha como izquierda).

Por la Izquierda		Por la Derecha	
x	f(x)	x	f(x)
2,75	7,56	3,58	12,82
2,94	8,64	3,46	11,97
2,98	8,88	3,12	9,73
2,99	8,94	3,05	9,3
3	9	3	9

- ¿Qué se observa en los valores de la función conforme “x” se acerca al número “a” por la izquierda (cuando $x < a$) y por la derecha (cuando $x > a$)? ¿Los valores de la función se acercan a algún número en particular o a uno sólo?

Si la respuesta a la última pregunta es “sí”, entonces diremos que el número al que se acerca la función es “L”, por lo que “L” es el límite de $f(x)$ cuando “x” tiende al número “a”.

De lo contrario decimos que el límite de $f(x)$ no existe cuando “x” tiende al número “a”.

- Ahora, a partir de lo anterior y con ayuda de la o el tutor, deduce el límite “L” de la función $f(x)=x^2$, y define de forma intuitiva qué es límite.

2. Definición de límite, interpretación geométrica

Antes de ingresar en el desarrollo de los límites, es importante conocer algunos símbolos que se utilizarán continuamente en toda la Unidad de Formación, por lo que de ahora en adelante debemos ir familiarizándonos con la siguiente simbología:

δ (delta)

ε (epsilon)

σ (sigma)

$< >$ (“menor que” y “mayor que” respectivamente)

$\leq \geq$ (“menor o igual que” y “mayor o igual que” respectivamente)

\rightarrow (entonces y en límites también se lee como “tiende a”)

\leftrightarrow (sí y sólo sí)

\in (“pertenece”)

\exists (“existe”)

\forall (para todo)

\subset (“subconjunto de”)

\cap (“intersección”)

Dom (“dominio de”)

Ahora, analiza la definición de límite que presenta el libro de (Thomas, 2006) *“Cálculo una variable”* (Pág. 92), luego, explica con tus propias palabras la esta definición.

Dentro del cálculo existen diferentes términos que intervienen en la definición rigurosa de límite, por lo que antes de analizar su interpretación geométrica, es importante saber por ejemplo qué es una vecindad. En la vida real o la vida cotidiana ¿A qué consideramos vecindad?, pues bien creo que la mayoría de nosotros consideramos vecindad al conjunto de personas que viven en un mismo edificio o cualquier vivienda multifamiliar.

Al igual que la definición anterior, se considera una “vecindad de un número real” al conjunto de números que se encuentran alrededor de otro número, este conjunto forma un intervalo abierto que está alrededor de un centro (x_0) y tiene como radio a $\varepsilon > 0$ (épsilon se considera como un número tan pequeño como sea posible, puesto que mientras más pequeño sea, mejor será la aproximación al límite). La vecindad se denota por:

$$V_{\varepsilon}(x_0) = \langle x_0 - \varepsilon, x_0 + \varepsilon \rangle \longrightarrow \text{Intervalo abierto}$$

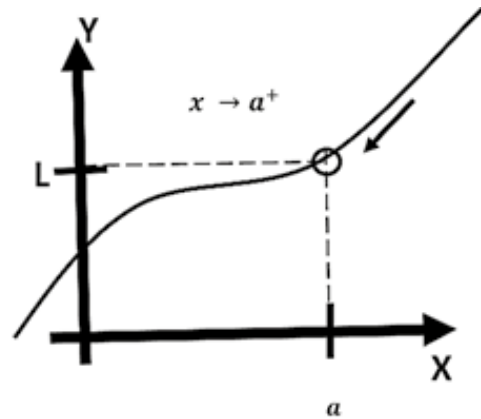
Ahora analicemos la interpretación gráfica de límite observando y analizando el video: *“Límite de funciones interpretación geométrica”* (00:01 – 04:20 min.)

Una vez analizado el video, con tus propias palabras y un gráfico elaborado por ti mismo, explica la interpretación geométrica de límite.

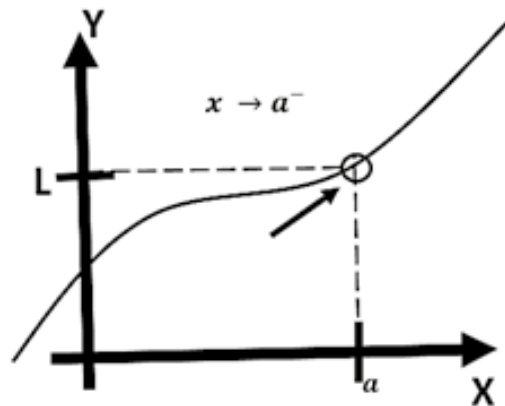
3. Límites laterales

En el subtítulo 1, se mencionaba una pequeña frase que decía: “cuando “x” tiende al número “a””, pero ¿Qué significa esto?, pues bien, existen límites que se conocen como límites “laterales”, los cuales se refieren a cuando un límite se acerca tanto por la derecha como por la izquierda ¿Confundida/o?, no te preocupes, a continuación te mostramos gráfica y analíticamente este tipo de límites:

A la expresión $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$,
se llama “límite lateral derecho”,
o bien límite de $f(x)$ cuando x
tiende a “a” por la derecha ($x \rightarrow a^+$)



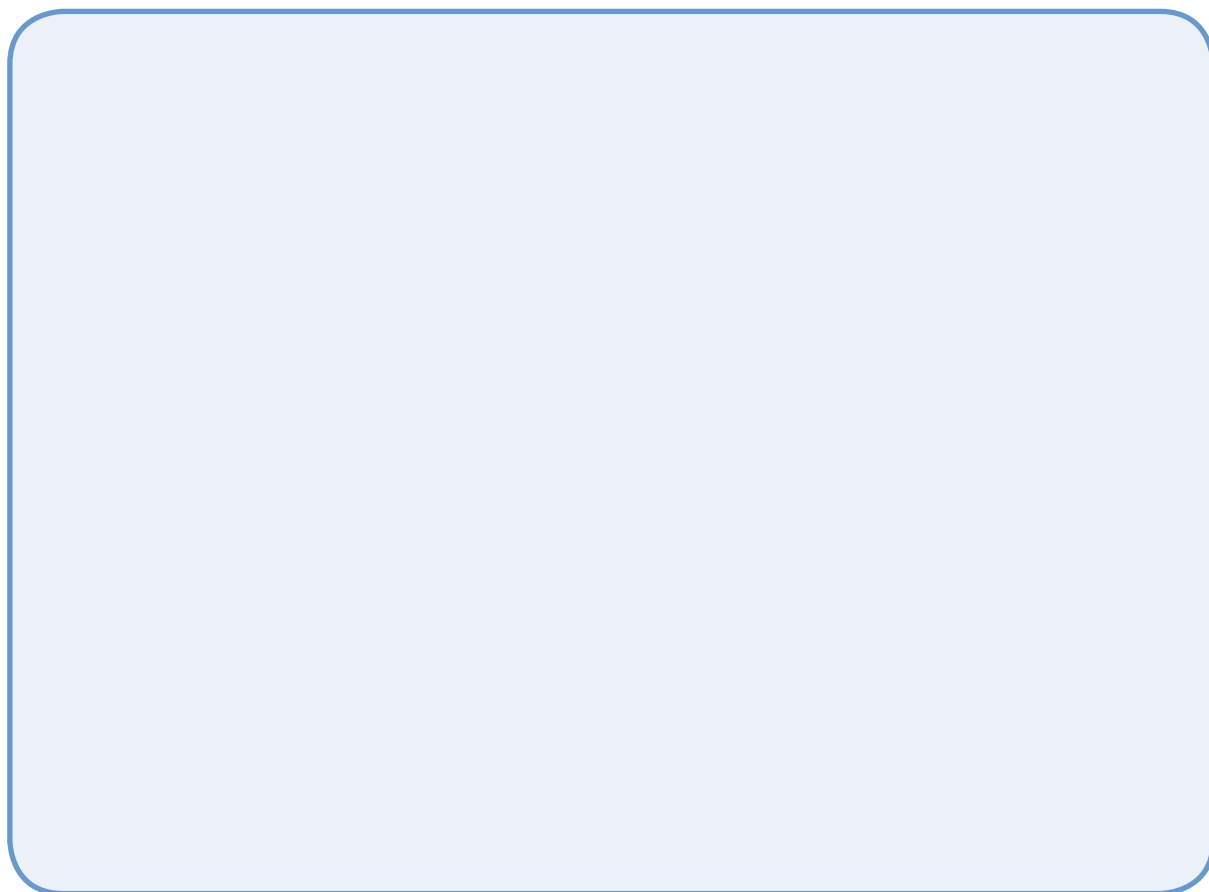
A la expresión $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L$,
se llama “límite lateral izquierdo”,
o bien límite de $f(x)$ cuando x
tiende a “a” por la izquierda ($x \rightarrow a^-$)



Analizando las gráficas de límites laterales, responde: ¿Qué sucede si no existen los límites laterales de una función?

4. Propiedades de los límites

Analiza las propiedades de límites que presentan el texto (COLEGIO DE BACHILLERES DE SONORA, 2010) *“Cálculo Diferencial e Integral I”* (Pág. 20 - 22). Luego realiza lo que indica el ejercicio 2 de la página 22.

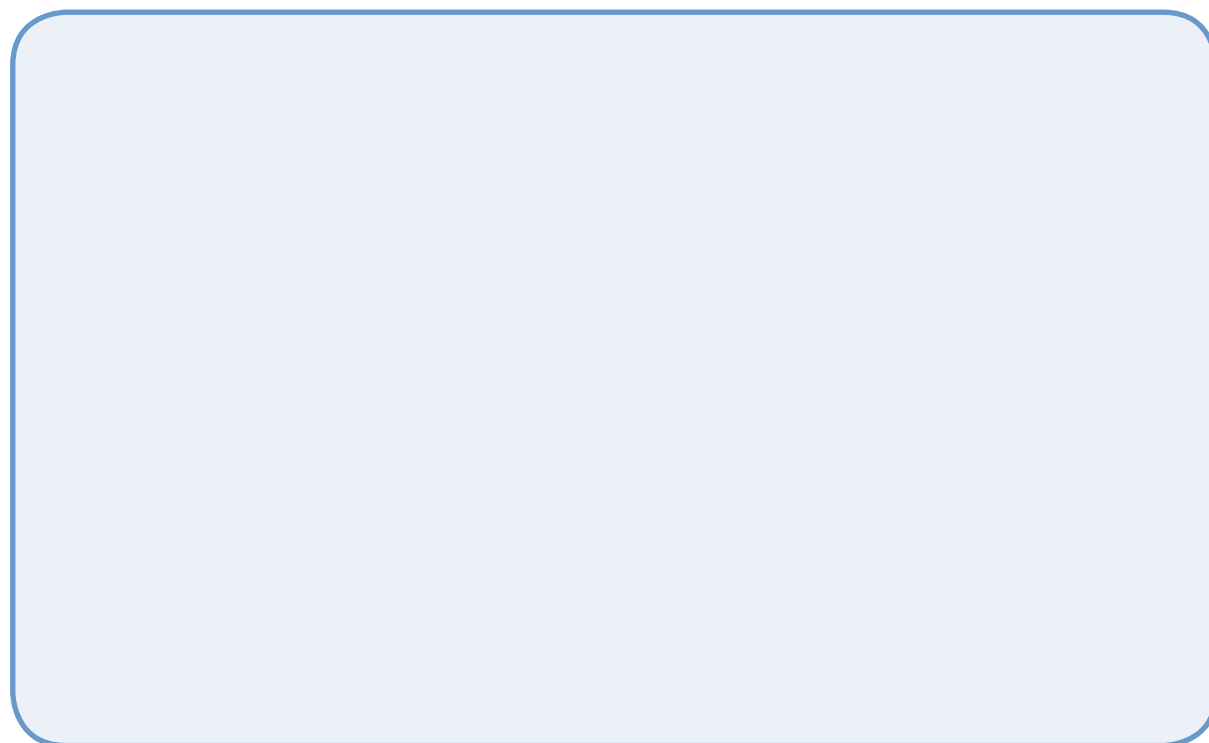


Antes de desarrollar los siguientes contenidos es importante y necesario realizar una lectura de análisis y comprensión de (COLEGIO DE BACHILLERES DE SONORA, 2010) *“Cálculo Diferencial e Integral I”* (Pág. 23 - 28).

5. Límites trigonométricos

La trigonometría tiene mucha aplicación en nuestra vida, pero existen algunos problemas o situaciones que no pueden resolverse fácilmente haciendo uso de lo que ya conocemos en trigonometría, por lo que, para resolver problemas más complejos se utilizan los límites. En este sentido, analizamos detenidamente los límites que involucran funciones trigonométricas, propiedades, demostraciones y ejemplos relacionados a estos límites en el libro de (Purcell E. & Otros, 2007) *“Cálculo diferencial e integral”* (Pág. 73 - 76).

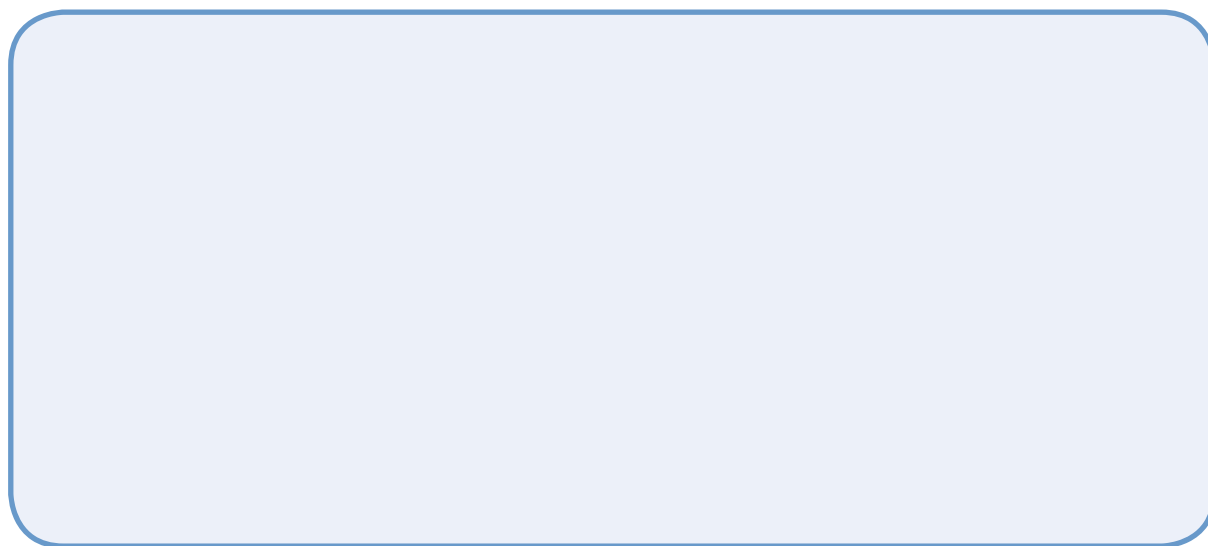
Ahora, apropiándonos de todo lo analizado, resolvemos los problemas 1, 3, 10 y 12 de la página 77 del libro citado anteriormente.



6. Límites al infinito

Al leer el subtítulo de este contenido seguramente te preguntas ¿cómo se determina que un límite es o no infinito? Para determinar esto es importante profundizar nuestros conocimientos y analizar el libro de (Purcell E. & Otros, 2007) *“Cálculo diferencial e integral”* (Pág. 77- 81), donde claramente se explica cuando un límite es o no infinito, además muestra algunos ejemplos que pueden aclarar, más las ideas sobre estos límites.

Luego del análisis determine con sus propias palabras cuándo un límite es infinito y encuentre los límites de los problemas 6, 11 y 19 de la página 81 del libro citado anteriormente.



7. Límites indeterminados

Es importante hacer una comparación entre los límites infinitos e indeterminados, para comparar estos dos tipos de límites. Para ello, analizamos el contenido de la página web: ***“Límites indeterminados”***.

Luego, de acuerdo al siguiente cuadro, anota las conclusiones, comparando los límites infinitos e indeterminados, además con nuestras propias palabras escribimos las características de “límites indeterminados”.

CONCLUSIONES		
CARACTERÍSTICAS DE LOS LÍMITES INDETERMINADOS		

8. Límites exponenciales

En esta sección desarrollaremos los límites exponenciales, los cuales se refieren a aquellos límites de funciones que tienen como exponente otra función. En este tipo de funciones la base tiene por límite 1 y el exponente tiene límite ∞ .

Para profundizar sobre lo anterior analizamos y comparamos la página web: Vitutor ***“Límite de la función exponencial”*** y el video: ***“Límite de funciones exponenciales, ejercicio resuelto”*** (01:00 – 03:40 min.), en ambas se pueden ver los diferentes casos que se presentan respecto a una función exponencial.

Ahora analizamos algunos límites exponenciales un poco más complejos. Observa detenidamente el siguiente ejemplo y deduce el procedimiento que se hizo para resolverlo, sabiendo que:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e \quad \text{ó también} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (1 + x)^{\frac{1}{x}} = e$$

$$((a)^b)^c = ((a)^c)^b$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{2x}\right)^{-3x} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \left(\frac{-5}{2x}\right)\right)^{-3x} \right]^{\frac{2x}{-5} \cdot \frac{-5}{2x}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \left(\frac{-5}{2x}\right)\right)^{\frac{2x}{-5}} \right]^{-3x \cdot \frac{-5}{2x}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow \infty} e^{-3 \cdot \frac{-5}{2}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{15}{2}}
 \end{aligned}$$

Tema 4

Derivadas y Aplicaciones de las Derivadas

La derivada permite que a través de la pendiente de una tangente sea aplicable a diferentes fenómenos en física, electricidad, electrónica y química, cambios de velocidad, aceleración, economía con respecto a los máximos y mínimos, etc., y así en muchas otras ciencias de la vida.

Los contenidos del tema se desarrollan en sexto año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva.



Estos contenidos coadyuvan a que la o el maestro pueda mejorar, profundizar y ampliar sus saberes y conocimientos.

Profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico

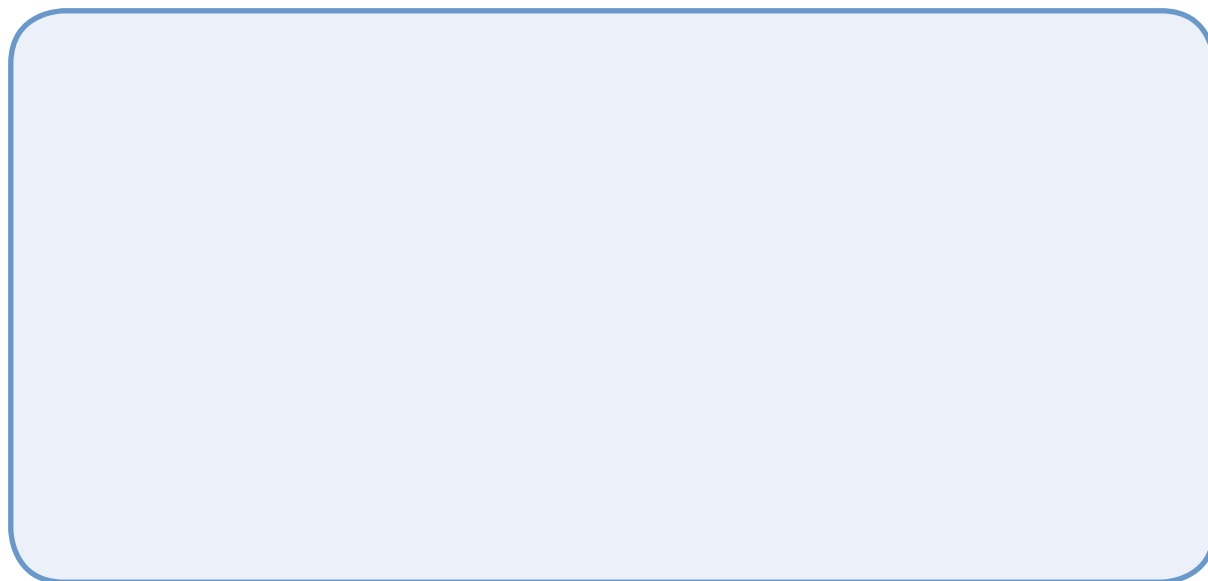
1. Introducción intuitiva y motivadora

El significado de derivada radica en “cuán rápido cambia o está cambiando algo”. En la vida real, existen derivadas que tienen mucha relación con la velocidad, por lo que por ahora la llamamos “aceleración”.

La aceleración nos indica la rapidez con la que cambia o disminuye la velocidad de un objeto en movimiento. Analicemos la siguiente situación: *“Imaginemos que iremos de visita a una comunidad que se encuentra a una cierta distancia. Necesariamente tenemos que encaminarnos por una curva inclinada, por lo que es importante asumir una determinada aceleración.”*

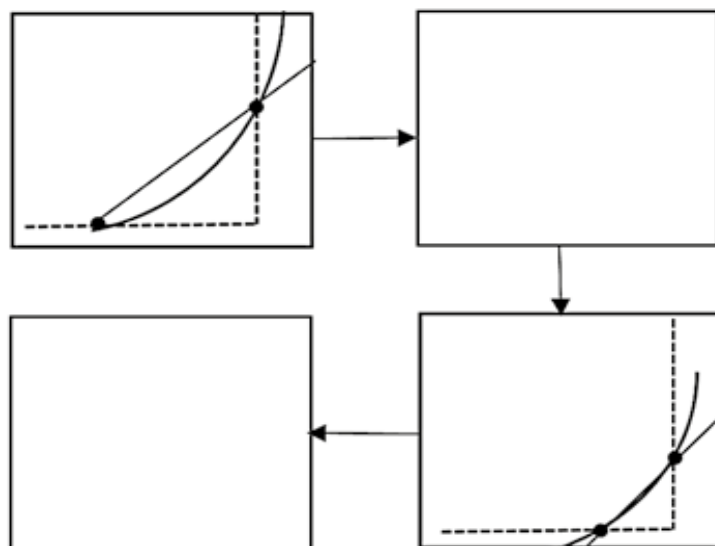
Podríamos imaginar fácilmente la situación, pero ¿Cómo podríamos saber el cambio de velocidad que hubo en la subida durante un determinado instante? ¿Cómo podemos definir qué es una derivada?

Reflexionamos las preguntas, respondemos de forma intuitiva y hacemos una representación gráfica de la situación ejemplificada y también representamos gráficamente las respuestas:



2. Definición e interpretación geométrica

Como ya definimos Derivada, ahora haremos la interpretación geométrica de ésta. En equipos comunitarios, analizamos las gráficas siguientes, y en los cuadros vacíos completamos las que faltan (seguimos el orden de las flechas) y las interpretamos analíticamente.



Ahora leemos el texto de (COLEGIO DE BACHILLERES DE SONORA, 2010) “*Cálculo Diferencial e Integral I*” (Pág. 59 – 63), analizamos todo lo referente a la interpretación geométrica, completamos las gráficas y damos ejemplos de situaciones de la vida real que puedan interpretarse mediante la gráfica de una derivada.

3. Derivadas por definición y por tablas

En la lectura de la actividad anterior pudimos ver algunos ejemplos, los cuales se resolvían a partir de la definición formal de “derivada”. Ahora, analiza y explica cualquiera de los ejemplos, determinando el procedimiento que se necesitó hacer para llegar al resultado.

Es necesario poner en práctica nuestros conocimientos, por lo cual calculamos la derivada de las siguientes funciones:

$f(x) = 5x - 2$	
$f(x) = x^2 + x$	

Así como se pueden encontrar las derivadas de una función mediante su propia definición, existen otros métodos que son muy útiles y que facilitan la derivación, pero antes de profundizarlos, queremos que deduzcas un “método simple de derivación” a partir de los resultados obtenidos en los ejercicios anteriores. Justifica la deducción:

Ahora, analiza las reglas de derivación de la página web: Vitutor “Tabla de Derivadas” y elabora tu propia tabla en el cuadro de la izquierda.

En la tabla del lado derecho, con un ejemplo te mostramos paso a paso la derivación de una función, explica cómo funcionan las reglas utilizadas en el ejercicio. Encuentra también la segunda derivada del mismo (derivada de la derivada).

TABLA DE DERIVACIÓN	EJEMPLO
	$f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ $f(x)' = (x^3)' + (x^2)' + (x)' + (1)'$ $f(x)' = 3x^2 + 2x + 1$ <p>Explicación:</p>
	<p>Segunda derivada</p>

4. Derivadas de funciones elementales

Antes de comenzar a desarrollar el contenido, recordemos que las funciones elementales son: algebraicas, polinómicas, racionales, irracionales, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas entre las más elementales. A continuación, en el siguiente cuadro, refrescamos la memoria y escribimos un ejemplo de cada una de éstas funciones.

Aplicando la tabla de derivación del anterior contenido, encontremos la derivada de las funciones propuestas en la siguiente tabla:

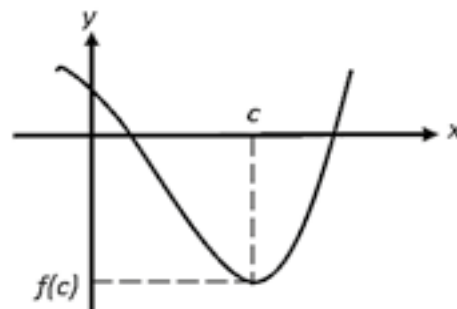
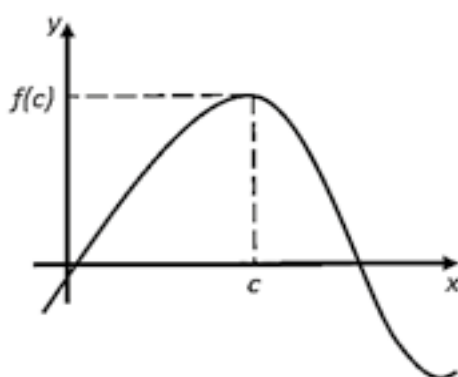
$f(x) = 2x^3 - x^2 + 3x$	$g(t) = t + \frac{1}{x^2}$	$f(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt[5]{x}$	$h(s) = \frac{1}{s} - 10 \operatorname{cosec} s$

5. Máximos y mínimos, puntos singulares

En nuestra realidad existen problemas y situaciones que requieren de un riguroso análisis para poder solucionar problemas de la mejor manera posible, por ejemplo al agrandar ganancias, disminuir costos, buscar la mezcla correcta de productos para cultivar y tener mayores beneficios, dosificar una mezclas químicas de fármacos, etc., las derivadas nos ayudan a dar una solución correcta a éstos y otros problemas reales.

Para ello, en este apartado desarrollaremos lo que son “máximos y mínimos” y sus aplicaciones a la vida.

Observa las siguientes gráficas y ubica en ellas el punto “máximo” o “mínimo”, según corresponda.



Ahora, en el siguiente cuadro, deduce con tus propias palabras qué son máximo y mínimos, o a qué se refieren éstos.

Luego, complementa tus conocimientos leyendo y analizando el libro (Purcell E. & Otros, 2007) **“Cálculo diferencial e integral”** (Pág. 115 – 123), el cual nos muestra definiciones, teoremas y ejemplos de máximos y mínimos.

Una vez hecho el análisis, aplica todo lo asimilado sobre “derivadas”, “máximos” y “mínimos”, para ello debes entender primero la siguiente situación: *“Don Félix tiene una terreno rectangular de 700 m² de área. ¿Qué dimensiones debe tener el terreno, para que el gasto material sea mínimo, sabiendo que uno de los vecinos tiene cercado el suyo?”*

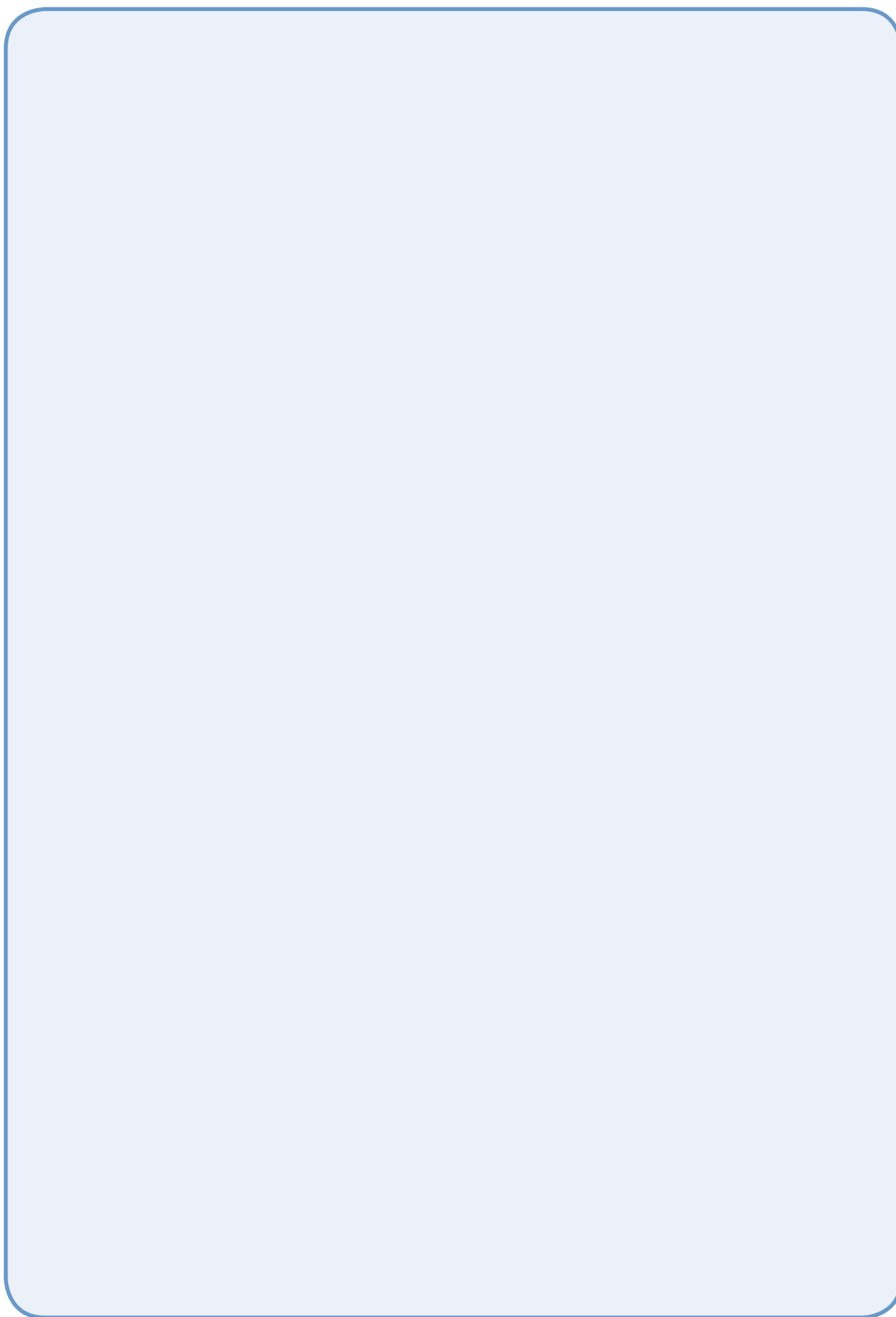
Ahora nos preguntamos ¿Cómo podemos resolver este problema?, pues bien, antes de resolverlo analicemos problema 2 del texto (COLEGIO DE BACHILLERES DE SONORA, 2010) **“Cálculo diferencial e integral I”** (Pág. 126) . Después, concéntrate y da solución al problema de acuerdo a lo que indica la siguiente tabla:

Gráfica:	Proceso de solución:
Planteamiento o datos:	

6. Teorema de Rolle y del valor medio

Analiza el libro de (Thomas, 2006) “Cálculo una variable” (Pág. 255 - 260), donde el autor, de manera analítica y gráfica, explica los teoremas de Rolle y de Valor Medio.

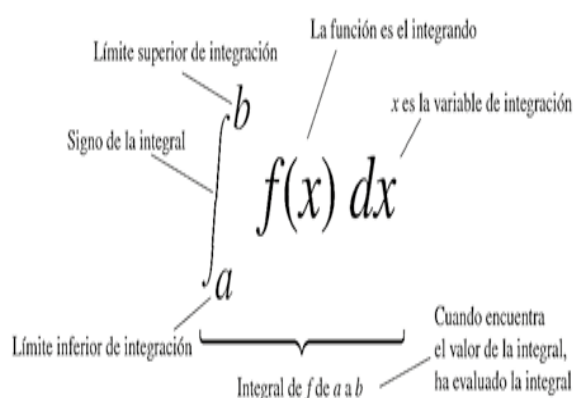
Luego de realizar la lectura, en el siguiente cuadro, a partir de ejemplos reales, explica en qué consisten ambos teoremas.



Tema 5

Integrales y Aplicaciones de Integrales

Las integrales se aplican cotidianamente en el cálculo de áreas planas, longitudes de curvas y volúmenes de cuerpos como los cuerpos de revolución, en el diseño de circuitos electrónicos, etc. Si bien el cálculo integral no se utiliza directamente en una situación cotidiana, esta es de gran utilidad en diferentes ciencias las cuales ayudan de gran manera en el mejoramiento, evolución y avance de la tecnología. Este contenido se desarrolla en sexto año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva.



Estos contenidos pueden coadyuvar a que la maestra o maestro pueda profundizar y consolidar sus conocimientos, además de motivar a las y los estudiantes en la elección de una carrera universitaria, para que a partir de ello puedan aportar en el avance y desarrollo de la tecnología de nuestro país.

Profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico

1. Definición de la integral de Riemann

En nuestro contexto muchas veces existe quizá la necesidad de hacer mediciones de áreas de lugares con formas irregulares. Para hacer ese tipo de cálculos y resolver problemas de medidas de áreas, desarrollaremos las diferentes definiciones y propiedades de “integrales”.

Lee y analiza el texto de (Martínez P. & Otros, s.f.) **“La integral definida y sus aplicaciones”** (Pág. 7), donde se define esta integral y además lo muestra gráficamente. Luego, en el siguiente cuadro explica la integral de Riemann a partir de un ejemplo de la vida.

2. Definición de la integral

Tomando en cuenta la definición de integral de Riemann y sabiendo que la “integral” en sí, es de utilidad para medir toda el espacio que está debajo de cualquier línea, en el siguiente cuadro da una definición propia de “Integrales”.

Ahora para complementar tus conocimientos, observa el video: “*Qué es el cálculo*” (12:23 – 17- 13 min.), a partir de ello, responde a las siguientes cuestionantes:

- ¿En qué situaciones de nuestra vida podemos hacer uso de las integrales?
- ¿Por qué se dice que la integral es la suma de infinitos rectángulos?

Responde y justifica:

3. Propiedades básicas de la integral de Riemann

Luego de analizar (A.A., s. f.) “*XII.1. Integral de Riemann: definición y propiedades básicas*” (Pág. 6 - 7), explica las propiedades de la integral de Riemann que presenta el documento.

4. Teorema fundamental del cálculo

Observa detenidamente el video: **“Teorema fundamental del cálculo: Definición y ejemplos”** (01:00 – 09:41 min.), donde, además de hacer una explicación muy clara de lo que es “el teorema fundamental del cálculo”, nos muestra variados ejemplos. Luego, con el siguiente integral demuestra que el teorema fundamental del cálculo nos indica que la derivación y la integración son operaciones inversas.

$$f(x) = \int_1^x \frac{1}{1+t^2} dx$$

Demostración:

5. Métodos básicos de integrales

Existen diferentes métodos formas y estrategias de integrar una función, para ello en esta sección se podrá ver y analizar las tablas de integración y los diferentes métodos como ser el de integración por cambio de variable, integración por partes, etc.

Ahora, encuentra la integral de las funciones que se encuentran en la siguiente tabla, para ello deberás hacer uso ya sea de la tabla de integrales o de cualquiera de los métodos fundamentales que nos presenta el texto de (A.A., s. f.) **“Métodos de Integración”** (Pág. 3 - 8).

$\int (3x - 5)^4 dx$	
$\int x \cos(x) dx$	

$\int x e^x dx$	
$\int \frac{\ln x}{x} dx$	

6. Integrales impropias

En la definición de una integral definida se tiene:

$$\int_a^b f(x) dx$$

Pero también existen integrales que no satisfacen esa condición y que su intervalo de integración “(a, b)” es infinito o bien la función “f” tiene una o varias discontinuidades infinitas en el intervalo “(a, b)”. A estas integrales se las denomina integrales impropias.

Ahora, amplía tus saberes y conocimientos, analizando el ejemplo del video: **“Integrales impropias: Ejercicio 1”** (01:00 – 04:48 min.), luego deduce y completa los espacios vacíos de la siguiente definición:

Definición de Integrales Impropias

1. Si “f” es continua en el intervalo $[a, \infty)$, entonces:

$$\int_a^{\square} f(x) dx = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b \square dx$$

2. Si “f” es continua en el intervalo $(-\infty, b]$, entonces:

$$\int_{-\infty}^{\square} f(x) dx = \lim_{a \rightarrow \square} \int_a^{\square} f(x) dx$$

3. Si es continua en el intervalo $(-\infty, \infty)$, entonces:

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

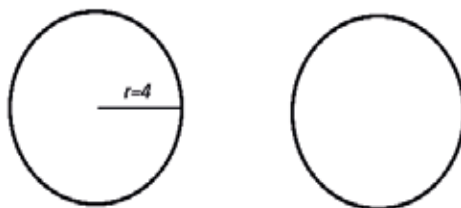
7. Cálculo de áreas planas

Hasta ahora en toda nuestra experiencia como maestras y maestros, quizá solamente hemos desarrollado el cálculo de áreas de figuras regulares, por ejemplo:

- Una persona que sólo sabe contar, determinaría el área de un rectángulo de 4 metros de largo por 3 de ancho, quizá cuadricule el rectángulo y contaría los cuadrados: área=12 m².

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12

- Pero una persona que sabe matemática haría un cálculo directo $A = 3m \times 4m = 12m^2$. Ahora consideremos calcular el área de un círculo de radio 4, de un radio determinado, utilizando ambos métodos.

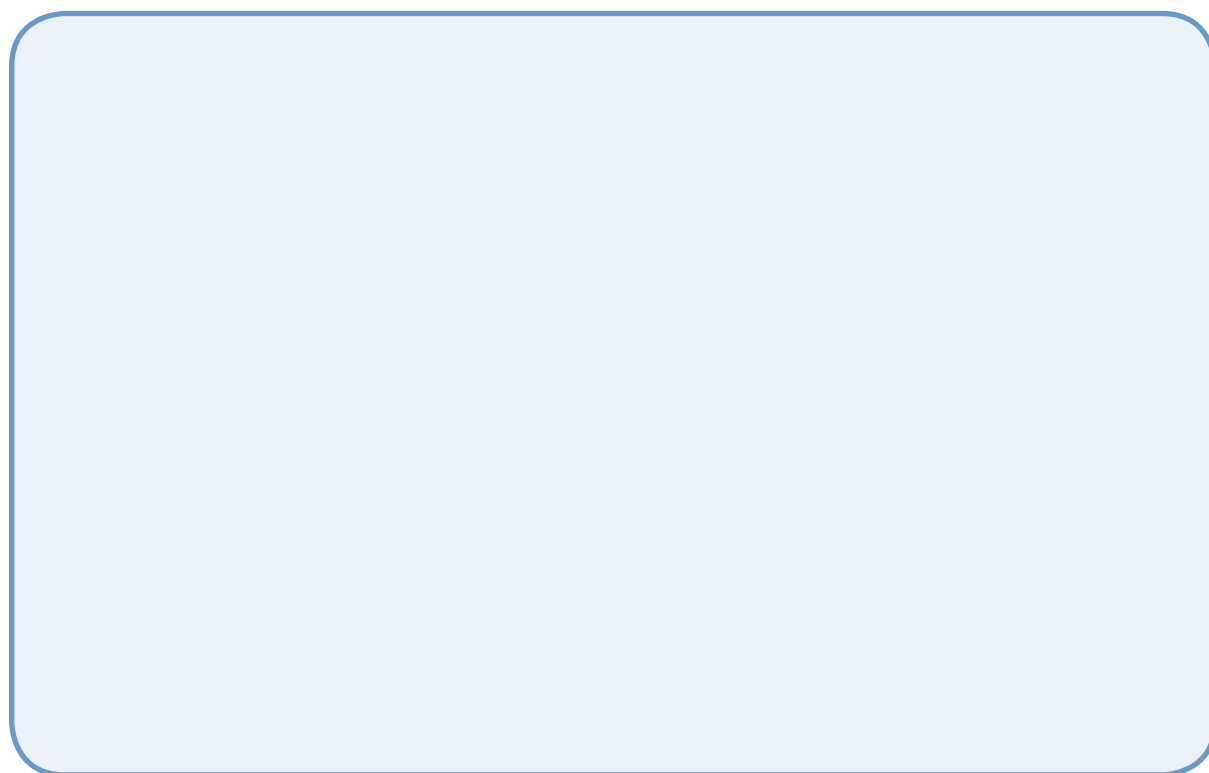


A partir de la práctica realizada, ¿a qué conclusión pudiste llegar? Responde en el siguiente cuadro:

Como pudiste notar, calcular el área de figuras curvas haciendo uso de cuadriculaciones, no es exacta. Ahora imagina ¿Cómo calcularías una figura cerrada que sea aún más curvilínea? Para ello, utilizaremos las integrales como método de resolución de áreas que se encuentran dentro de curvas cerradas o debajo de otras curvas.

Ahora observa y analiza el video: **“Área bajo una curva - Ejercicio 1”** (01:00 – 06:11 min.), luego, en el cuadro posterior, determina el área del siguiente problema:

- En mi comunidad existe un espacio que la alcaldía eligió para convertirla en una área verde, el espacio está limitada por la curva $y = x^2 + 1$, entre $x = 0$ y $x = 2$, y el eje x . grafica y calcula el área del espacio mencionado.

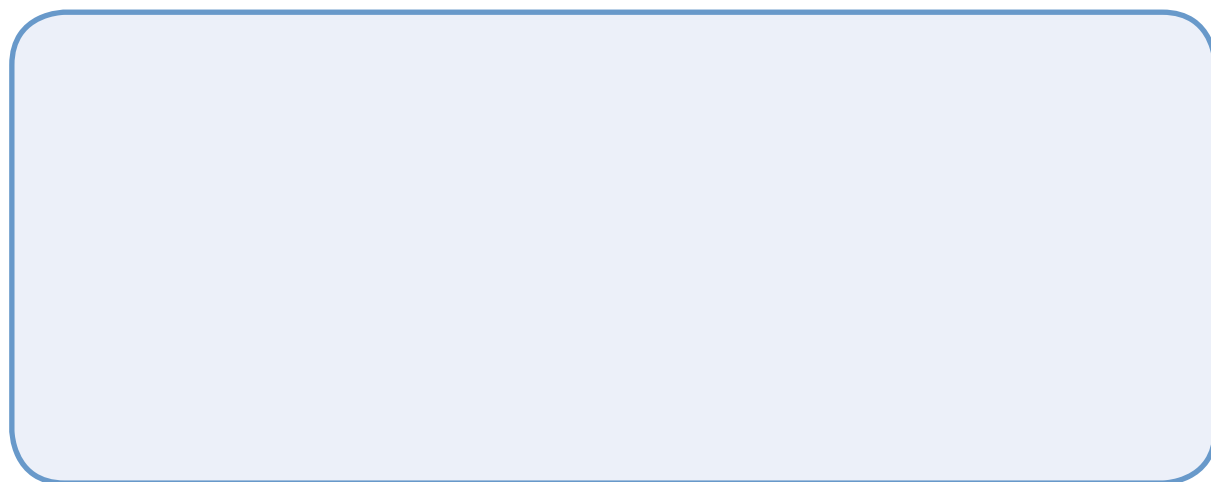


8. Longitud de un arco de curva

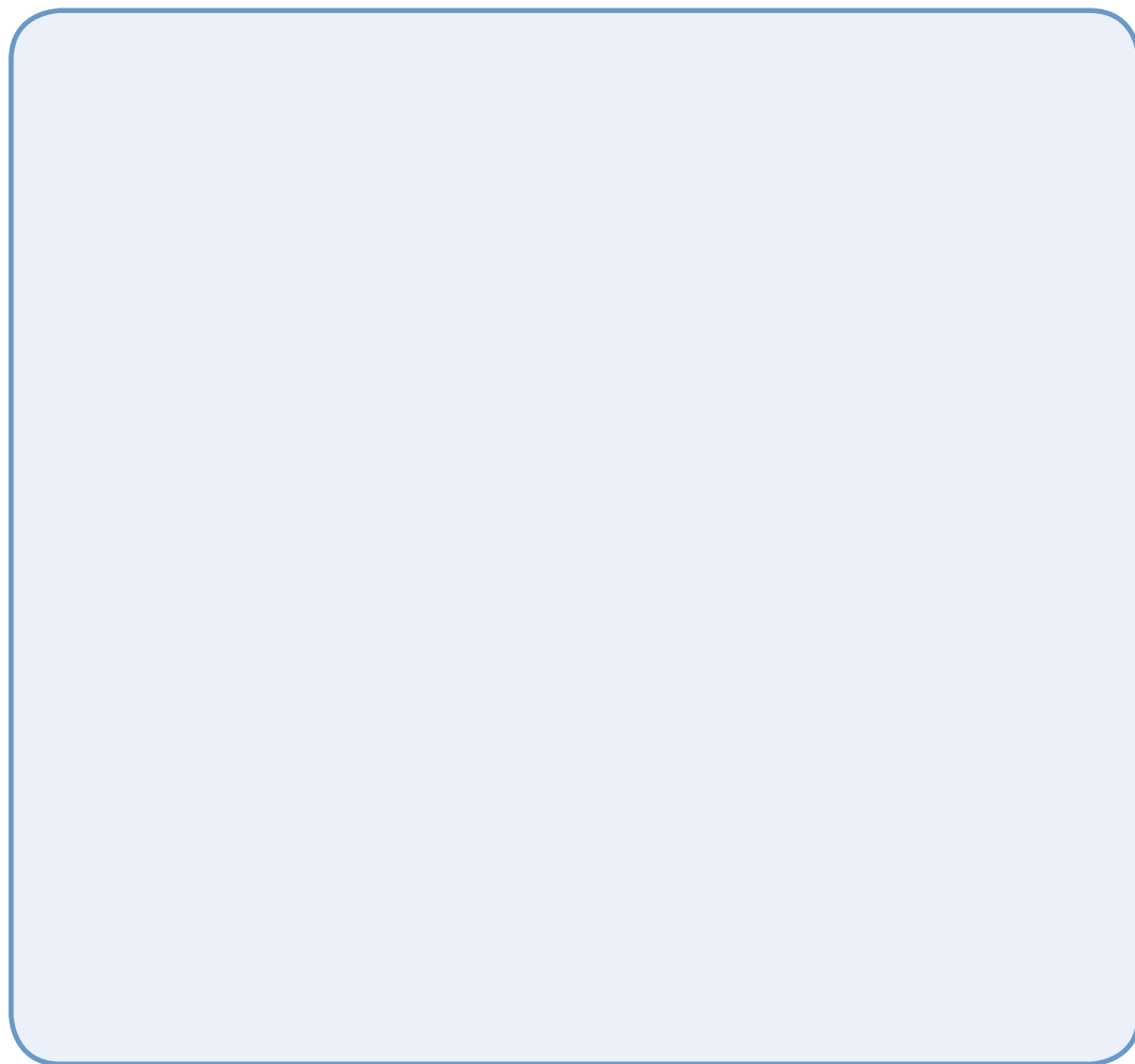
En el subtítulo anterior, desarrollamos el cálculo de áreas planas que se encuentran debajo de una curva, pero, ¿Qué sucedería si solo deseamos saber la longitud de dicha curva? Para este tipo de situaciones, el cálculo integral nos proporciona la siguiente fórmula:

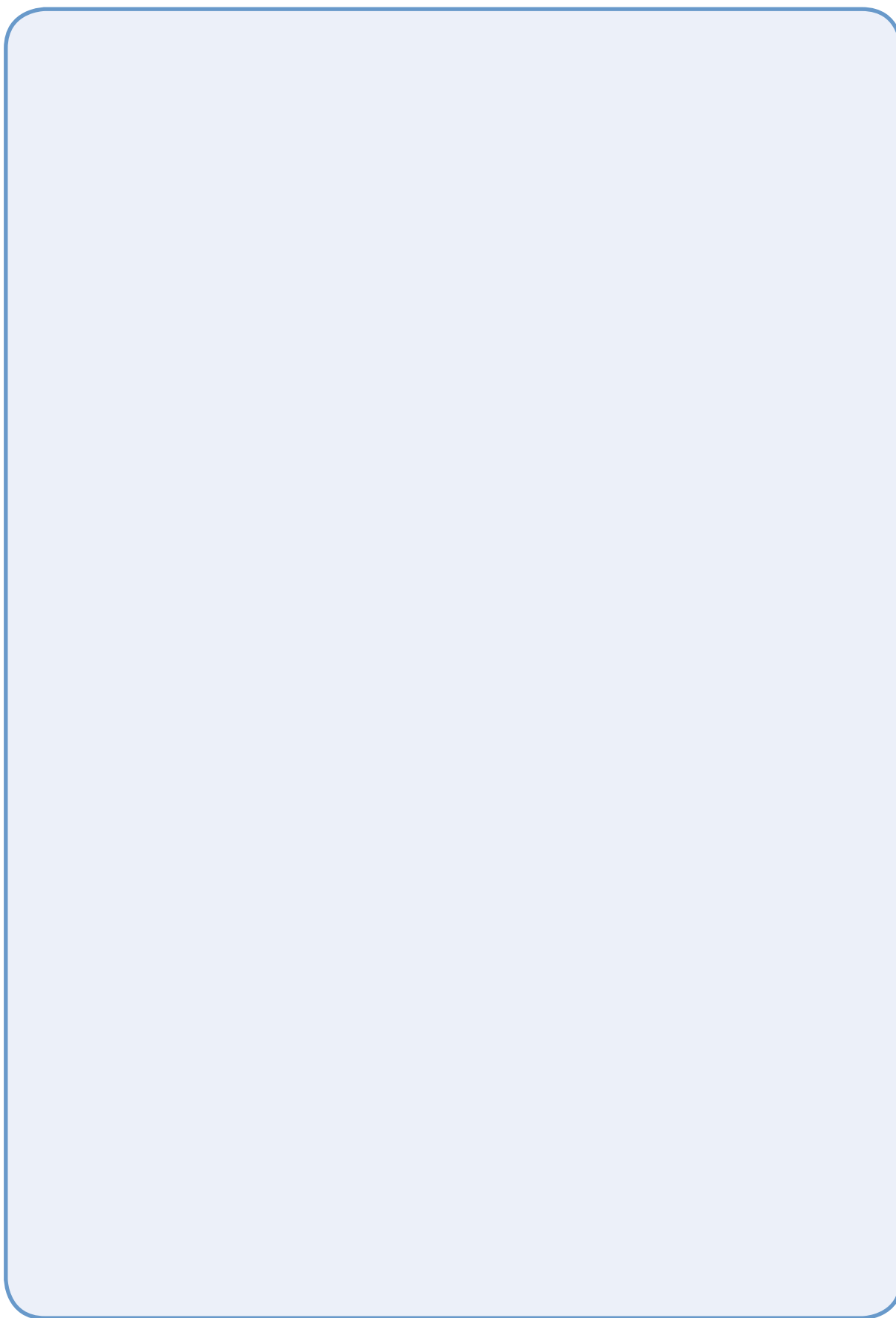
$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} \, dx$$

¿Y de donde se obtiene esta fórmula? Para responder a esta interrogante, observa el video: **“Deducción de la fórmula de longitud de arco”** (01:00 – 12:05 min.), analizando la deducción que se hace en el material audiovisual, menciona algunas situaciones reales en las que pueda hacer uso de esta fórmula para calcular la longitud de una arco de curva.



Ahora aplica esta fórmula, grafica y encuentra la longitud de la curva determinada por $y=x^{3/2}$, en el intervalo $(1, 4)$.





Orientaciones para la Sesión de Concreción



Las Concreciones nos muestran la puesta en acción y aplicación de los procesos teóricos/prácticos abordados y aprendidos durante las sesiones presenciales y de auto formación, por lo que debemos enfocar en el actual Modelo Educativo, mediante un conjunto de estrategias y/o actividades que demuestren la aplicabilidad de los contenidos en nuestra vida.

En la sesión de concreción se presentan dos momentos, que de igual manera, son importantes para la consolidación de nuestros conocimientos y su debida aplicación:

1. Autoformación para Profundizar las Lecturas Complementarias:

En la concreción del proceso de autoformación, debemos tener en cuenta las lecturas recomendadas para profundizar los conocimientos de la Unidad de Formación, de igual forma observamos y analizamos detenidamente los videos, para desarrollar los ejercicios prácticos que deben ser resueltos a la brevedad posible.

Para desarrollar la concreción, es necesario revisar las lecturas de profundización sugeridas en anexos, esto, con la intención de ahondar en los contenidos y así desarrollar de manera efectiva la sesión de concreción con nuestras/os estudiantes.

2. Trabajo con las y los estudiantes para articular con el desarrollo curricular y relacionarse e involucrarse con el contexto:

Debe hacerse la aplicación de los contenidos de la Unidad de Formación, de acuerdo a las actividades que se propone, por lo que es importante que la concreción se lleve a cabo con las y los estudiantes, pero también con la comunidad y en beneficio de ella.

Se recomienda tomar en cuenta los objetivos del Proyecto Socio Comunitario Productivo de la Unidad Educativa, en el marco del Modelo Educativo.

La Unidad de Formación “Cálculo en R_n Aplicada a la Tecnología”, precisa de varios conocimientos previos, por este motivo es que el desarrollo de ésta, va dirigido a las y los estudiantes de sexto de Secundaria. Si bien muchos docentes no realizan el desarrollo formativo en el nivel mencionado, esto nos presenta obstáculo alguno para que las y los estudiantes puedan aprender

sobre el desarrollo y aplicabilidad del Cálculo en nuestra vida y en la tecnología.

En este sentido a continuación se proponen las siguientes actividades de concreción, que a partir de un Plan de Desarrollo Curricular:

- Conjuntamente con las y los estudiantes, elabora materiales como ser: maquetas cuadros murales, modelos a escala, etc., de situaciones reales que con algunos de los temas de ésta Unidad de Formación, demuestren la aplicabilidad del cálculo en la vida.
- Planifica y un taller exposición donde se muestren y se socialicen todos los materiales realizados, pero sobre todo se socialice la aplicabilidad del cálculo en la vida.
- De ser posible utiliza como recurso algún software educativo que facilite la asimilación y comprensión de la Unidad de Formación.

En los siguientes espacios adjunte el Plan de Desarrollo Curricular con el visto bueno del Director(a) de la Unidad Educativa, fotografías y otros elementos que puedan ser evidencia del trabajo de concreción en general, además elabore una sistematización de la experiencia vivida durante el desarrollo de las concreciones.



Handwriting practice area with 20 sets of three horizontal lines (top solid, middle dashed, bottom solid) on a light blue background.



Espacio para mostrar tus evidencias (trabajos, productos, fotografías, actas y entre otros) de la Actividad de Concreción.





Orientaciones para la Sesión de Socialización



Todo el proceso que se plantea en la presente guía a través de diferentes actividades formativas, debe tener como resultado la apropiación de los contenidos abordados, por lo que la evaluación correspondiente a la Unidad de Formación “Matemática Finalícela y el Emprendimiento Productivo Rentable”, está de acuerdo a los siguientes parámetros:

Evaluación de Evidencias

- Toda la evidencia relacionada a las actividades de concreción a partir de la bibliografía propuesta en la guía y otras que hubiesen sido sugeridas.
- También están las evidencias de la concreción, como ser: videos, fotografías, cuadernos de campo, apuntes (considerando que los apuntes son la producción propia del participante), planes de desarrollo curricular, materiales elaborados, etc.

Evaluación de la socialización de la concreción

- Se debe socializar el cómo y a partir de qué se hizo la articulación de los contenidos con la malla curricular, el plan de Desarrollo Curricular y el Proyecto Sociocomunitario Productivo de la Unidad Educativa.
- El uso y construcción de materiales y su adecuación a los contenidos.
- La aceptación e involucramiento de las y los estudiantes y la comunidad en el trabajo realizado.
- El o los productos tangibles e intangibles, que se originaron a partir de la concreción.
- Conclusiones.

Evaluación Objetiva:

- Será una evaluación individual, en donde la o el participante debe tomar en cuenta todos los temas y contenidos de la presente Unidad de Formación.

Bibliografía

- A.A., (s. f.). Métodos de Integración. s.d.
- A.A., (s. f.). Tema XIII: Cálculo Integral en una Variable, XII.1. Integral de Riemann: definición y propiedades básicas. s.d.
- COLEGIO DE BACHILLERES DE SONORA. (2010). "Cálculo Diferencial e Integral I". Sonora - México: Dirección Académica del Colegio de Bachilleres del.
- Leithold, L., (1998). El Cálculo. México: GRUPO MEXICANO MAPASA, S. A. de C. V.
- Martínez P. & Otros., (s.f.). LA INTEGRAL DEFINIDA Y SUS APLICACIONES. Barcelona - España: Proyecto e-Math. Obtenido de UOC.
- Purcell E. & Otros., (2007). Cálculo diferencial e integral. México: PEARSON EDUCACIÓN.
- Thomas, G., (2006). Cálculo una Variable. México: PEARSON EDUCACIÓN.



Anexo

ESPECIALIDAD: MATEMÁTICA UNIDAD DE FORMACIÓN: CÁLCULO EN R2 APLICADA A LA TECNOLOGÍA

Temas		Utilidad para la o el maestro	Aplicabilidad en la vida	Contenidos	Bibliografía de profundización
NÚMEROS REALES Y DESIGUALDADES		Este contenido se desarrolla en segundo y sexto año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva. A la o el maestro le es de utilidad para hacer que sus estudiantes relacionen a matemáticas con diferentes situaciones de la vida cotidiana, y que a partir de ello se motive la aplicabilidad de la matemática.	Los números reales y las desigualdades son aplicables en todo ámbito de la vida cotidiana, puesto que los números reales se utilizan para hacer cualquier tipo de operación aritmética. En cuanto a las desigualdades matemáticas, estas están en todas partes y la utilizamos a diario, solo basta con saber relacionar una situación con las desigualdades. Tal es el caso de los límites de velocidad, el mínimo de pago de una tarjeta de crédito, el límite de mensajes y llamadas telefónicas, el tiempo en que se tarda uno en llegar hasta la Unidad Educativa y así infinidad de situaciones cotidianas.	<p>La recta de los números reales. Desigualdades. Purcell E. & Otros. (2007). Cálculo diferencial e integral. México: PEARSON EDUCACIÓN. (Pág. 8). OBLIGATORIO</p> <p>Thomas, G. (2006). Cálculo una Variable. México: PEARSON EDUCACIÓN. (Pág. 2) OBLIGATORIO</p> <p>Intervalos. Thomas, G. (2006). Cálculo una Variable. México: PEARSON EDUCACIÓN. (Pág. 9) OBLIGATORIO</p> <p>Purcell E. & Otros. (2007). Cálculo diferencial e integral. México: PEARSON EDUCACIÓN. (Pág. 4) y (Pág. 14) OBLIGATORIO</p> <p>Valor absoluto. Thomas, G. (2006). Cálculo una Variable. México: PEARSON EDUCACIÓN. (Pág. 5 - 7) OBLIGATORIO</p>	Apostol, T. (2001). Calculus Volumen I. Barcelona - España: Imprimeix S. L.

<p>FUNCIONES REALES Y SUS GRÁFICAS</p>	<p>Los contenidos se desarrollan en tercer y sexto año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva. Para la o el maestro los contenidos de este tema le son de utilidad para demostrar a las y los estudiantes que la matemática es aplicable en diferentes ciencias.</p>	<p>Las funciones reales y sus gráficas tienen diferentes aplicaciones en la vida, como ser en la mecánica, en la construcción de las consolas de juegos, cálculo de distancias del tiempo, electricidad, electrónica, en el diseño de planos para el cálculo de resistencia de materiales, en la astronomía, etc.</p>	<p>Funciones Leithold, L. (1998). El Cálculo. México: GRUPO MEXICANO MAPASA, S. A. de C. V. (Pág. 2 – 4) OBLIGATORIO Funciones especiales Leithold, L. (1998). El Cálculo. México: GRUPO MEXICANO MAPASA, S. A. de C. V. (Pág. 9) y (Pág. 15) OBLIGATORIO Operaciones con funciones Purcell E. & Otros. (2007). Cálculo diferencial e integral. México: PEARSON EDUCACIÓN. (Pág. 35– 38) OBLIGATORIO Leithold, L. (1998). El Cálculo. México: GRUPO MEXICANO MAPASA, S. A. de C. V. (Pág. 19) OBLIGATORIO</p>	
<p>LÍMITES Y CONTINUIDAD</p>	<p>Para la o el maestro le es de utilidad en la introducción del proceso formativo de las y los estudiantes en el tema de derivadas, por lo cual los contenidos de este tema se pueden desarrollar en sexto año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva.</p>	<p>Los límites sirven para la derivación y por lo mismo son aplicables en diferentes ciencias básicas como la física para calcular velocidades y sus razones de cambio o el crecimiento de una colonia de bacterias en biología.</p>	<p>Concepto intuitivo de límite Definición de límite interpretación geométrica Thomas, G. (2006). Cálculo una Variable. México: PEARSON EDUCACIÓN. (Pág. 92) OBLIGATORIO Límites laterales Propiedades de los límites COLEGIO DE BACHILLERES DE SONORA. (2010). "Cálculo Diferencial e Integral I". Sonora - México: Dirección Académica del Colegio de Bachilleres del Estado de Sonora. (Pág. 20 – 22). OBLIGATORIO Límites trigonométricos. Purcell E. & Otros. (2007). Cálculo diferencial e integral. México: PEARSON EDUCACIÓN. (Pág. 73 – 76) y (Pág. 77). OBLIGATORIO Límites al infinito Purcell E. & Otros. (2007). Cálculo diferencial e integral. México: PEARSON EDUCACIÓN. (Pág. 77 – 81) OBLIGATORIO Límites indeterminados Página web: "Límites indeterminados" http://www.sectormatemática.cl/contenidos/limind.htm OBLIGATORIO Límites exponenciales Página web: Tutor "Límite de la función exponencial" http://www.vitutor.com/fun/3/a_9.html OBLIGATORIO Video: "Límite de funciones exponenciales, ejercicio resuelto" (01:00 – 03:40 min.) https://www.youtube.com/watch?v=gjcQZT5WAUw OBLIGATORIO</p>	<p>COLEGIO DE BACHILLERES DE SONORA. (2010). "Cálculo Diferencial e Integral I". Sonora - México: Dirección Académica del Colegio de Bachilleres del Estado de Sonora. (Pág. 23 – 28)</p>



DERIVADAS Y APLICACIÓN DE LAS DERIVADAS	<p>El desarrollo de los contenidos de este tema puede hacerse en sexto año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva.</p> <p>Para la o el maestro le puede ser de utilidad mejorar, profundizar y ampliar sus conocimientos</p>	<p>La derivada permite que a través de la pendiente de una tangente sea aplicable a diferentes fenómenos en física, electricidad, electrónica y química, cambios de velocidad, aceleración, economía con respecto a los máximos y mínimos, etc., y así en muchas otras ciencias de la vida.</p>	<p>Introducción intuitiva y motivadora</p> <p>Definición e interpretación geométrica</p> <p>COLEGIO DE BACHILERES DE SONORA. (2010). "Cálculo Diferencial e Integral I". Sonora - México: Dirección Académica del Colegio de Bachilleres del Estado de Sonora. (Pág. 59 – 63). OBLIGATORIO</p> <p>Derivadas por definición y por tablas</p> <p>Página web: Vítutor "Tabla de Derivadas"</p> <p>http://www.vitutor.com/fun/4/b_r.html OBLIGATORIO</p> <p>Derivadas de funciones elementales</p> <p>Máximos y mínimos, puntos singulares</p> <p>Purcell E. & Otros. (2007). Cálculo diferencial e integral. México: PEARSON EDUCACIÓN. (Pág. 115 – 123) OBLIGATORIO</p> <p>COLEGIO DE BACHILERES DE SONORA. (2010). "Cálculo Diferencial e Integral I". Sonora - México: Dirección Académica del Colegio de Bachilleres del Estado de Sonora. (Pág. 126). OBLIGATORIO</p> <p>Teorema de Rolle y del valor medio.</p> <p>Thomas, G. (2006). Cálculo una Variable. México: PEARSON EDUCACIÓN. (Pág. 255 - 260) OBLIGATORIO</p>	<p>Purcell E. & Otros. (2007). Cálculo diferencial e Integral. México: PEARSON EDUCACIÓN.</p> <p>Alaniz J. L. & Otros. (s. f.). Cálculo Diferencial e Integral I. s. d.: COLEGIO DE BACHILLERES.</p>
---	--	---	--	--

<p>INTEGRALES Y APLICACIÓN DE LAS INTEGRALES</p>	<p>Este contenido se puede desarrollar en sexto año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva.</p> <p>Para la maestra o maestro le es de utilidad en la profundización de sus propios conocimientos, y para motivar a las y los estudiantes para que elijan carreras universitarias en la que al aplicar estos contenidos se ayude en y se aporte en el avance de la tecnología de nuestro país.</p>	<p>Las integrales se aplican cotidianamente en el cálculo de áreas planas, longitudes de curvas y volúmenes de cuerpos como los cuerpos de revolución, en el diseño de circuitos electrónicos, etc. Si bien el cálculo integral no se utiliza directamente en una situación cotidiana, esta es de gran utilidad en diferentes ciencias las cuales ayudan de gran manera en el mejoramiento, evolución y avance de la tecnología.</p>	<p>Definición de la integral de Riemann Martínez P. & Otros. (s.f.). LA INTEGRAL DEFINIDA Y SUS APLICACIONES. Barcelona - España: Proyecto e-Math. Obtenido de UOC. (Pág. 7) OBLIGATORIO</p> <p>Definición de la integral Video: "Qué es el cálculo" (12:23 – 17- 13 min.) https://www.youtube.com/watch?v=U5aW5aR0qBU OBLIGATORIO</p> <p>Propiedades básicas de la integral de Riemann A.A. (s. f.). Tema XIII: Cálculo Integral en una Variable, XI.1. Integral de Riemann: definición y propiedades básicas. s.d. (Pág. 6 - 7) OBLIGATORIO</p> <p>Teorema fundamental del cálculo Video: "Teorema fundamental del cálculo: Definición y ejemplos" (01:00 – 09:41 min.) https://www.youtube.com/watch?v=SCkpUCax5ss OBLIGATORIO</p> <p>Métodos básicos de integrales A.A. (s. f.). Métodos de Integración. s. d. (Pág. 3 - 8) OBLIGATORIO</p> <p>Integrales impropias Video: "Integrales impropias: Ejercicio 1" (01:00 – 04:48 min.) https://www.youtube.com/watch?v=1v77h8PGYc OBLIGATORIO</p> <p>Cálculo de áreas planas Video: "Área bajo una curva - Ejercicio 1" (01:00 – 06:11 min.) https://www.youtube.com/watch?v=V7WnsXYZaM OBLIGATORIO</p> <p>Longitud de un arco de curva Video: "Deducción de la fórmula de longitud de arco" (01:00 – 12:05 min.) https://www.youtube.com/watch?v=tT9KSD0TlpU OBLIGATORIO</p>	
--	---	--	--	--





**Revolución Educativa
con Revolución Docente
para Vivir Bien**