



Guía de Estudio
Trigonometría
(Relaciones Métricas en Armonía con el Cosmos)

Matemática



© De la presente edición

Colección:

GUÍAS DE ESTUDIO - NIVELACIÓN ACADÉMICA

DOCUMENTO:

Unidad de Formación

Trigonometría (Relaciones métricas en armonía con el cosmos)

Documento de Trabajo

Coordinación:

Dirección General de Formación de Maestros

Nivelación Académica

Como citar este documento:

Ministerio de Educación (2016). Guía de Estudio: Unidad de Formación

“Trigonometría (Relaciones métricas en armonía con el cosmos)”, Equipo Nivelación Académica, La Paz Bolivia.

LA VENTA DE ESTE DOCUMENTO ESTÁ PROHIBIDA

Denuncie al vendedor a la Dirección General de Formación de Maestros, Telf. 2912840 - 2912841

NA



Trigonometría (Relaciones Métricas en Armonía con el Cosmos)

Matemática



Puntaje

Datos del participante

Nombres y Apellidos:

Cédula de identidad:

Teléfono/Celular:

Correo electrónico:

UE/CEA/CEE:

.....

ESFM:

Centro Tutorial:

Índice

Presentación	7
Estrategia Formativa	8
Objetivo Holístico de la Unidad de Formación	10
Orientaciones para la Sesión Presencial	11
Materiales Educativos	13
Partiendo desde la Experiencia y el Contacto Directo con la Realidad	14
 Tema 1: Nociones de Trigonometría	 16
Profundización a partir del Diálogo con los Autores y el Apoyo Bibliográfico.....	16
1. Generalidades, Definiciones y Clasificación de Trigonometría	17
2. Generación y Medidas de Ángulos y Arcos	18
3. Sistemas de Medidas Angulares y Longitud del Arco	19
4. Conversión de un Sistema de Medida a otro.....	21
 Tema 2: Funciones Trigonométricas	 23
Profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico.....	23
1. Funciones Trigonométricas de Ángulos Agudos	24
2. Funciones Trigonométricas de Ángulos Notables.....	24
3. Signos Algebraicos y Funciones Trigonométricas de Cualquier Ángulo en los IV Cuadrantes	25
4. Líneas Trigonométricas	26
5. Variación de los Valores y Gráficas de las Funciones Trigonométricas	28
 Tema 3: Resolución de Triángulos	 30
Profundización a partir del Diálogo con los Autores y el Apoyo Bibliográfico.....	30
1. Resolución de Triángulos Rectángulos.....	31
2. Relaciones y Teoremas Relativos a la Resolución de Triángulos: Teoremas de los Senos, Cosenos y Tangentes.....	32

3. Resolución de Triángulos Oblicuángulos	34
Tema 4: Identidades y Ecuaciones Trigonométricas	35
Profundización a partir del Diálogo con los Autores y el Apoyo Bibliográfico.....	35
1. Relaciones Fundamentales y Funciones Trigonométricas de la Suma y Diferencia de dos Ángulos.	36
2. Funciones Trigonométricas del Ángulo Doble y del Ángulo Mitad.	37
3. Funciones Trigonométricas Inversas.....	38
4. Identidades Trigonométricas.	39
5. Ecuaciones Trigonométricas.	40
Tema 5: Trigonometría Esférica	42
Profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico	42
1. Ángulos Diedros, Ángulos Triedros y Ángulos Esféricos.	42
2. Trinaguloa Esfericos y Propiedades	42
3. Resolución de Triángulos Esféricos.	45
Orientaciones para la Sesión de Concreción	47
Orientaciones para la Sesión de Socialización	55
Bibliografía	57
Anexo	





Presentación

El proceso de Nivelación Académica constituye una opción formativa dirigida a maestras y maestros sin pertinencia académica y segmentos de docentes que no han podido concluir distintos procesos formativos en el marco del PROFOCOM-SEP. La misma ha sido diseñada desde una visión integral como respuesta a la complejidad y las necesidades de la transformación del Sistema Educativo Plurinacional.

Esta opción formativa desarrollada bajo la estructura de las Escuelas Superiores de Formación de Maestras/os autorizadas, constituye una de las realizaciones concretas de las políticas de formación docente articuladas a la implementación y concreción del Modelo Educativo Sociocomunitario Productivo (MESCP), para incidir en la calidad de los procesos y resultados educativos, en el marco de la Revolución Educativa con Revolución Docente en el horizonte de la Agenda Patriótica 2025.

En tal sentido, el proceso de Nivelación Académica, contempla el desarrollo de Unidades de Formación especializada de acuerdo a la malla curricular concordante con las necesidades formativas de los diferentes segmentos de participantes, que orientan la apropiación de los contenidos, enriquecen la práctica educativa y coadyuvan al mejoramiento del desempeño docente en la UE/CEA/CEE.

Para apoyar este proceso se ha previsto el trabajo a partir de guías de estudio, Dossier Digital y otros materiales. Las Guías de Estudio y el Dossier Digital, son materiales de referencia básica para el desarrollo de las unidades de formación.

Las Guías de Estudio comprenden las orientaciones necesarias para las sesiones presenciales, de concreción y de socialización. En función a estas orientaciones, cada tutor/a debe enriquecer, regionalizar y contextualizar los contenidos y las actividades propuestas de acuerdo a su experiencia y a las necesidades específicas de los participantes.

Por todo lo señalado se espera que este material sea de apoyo efectivo para un adecuado proceso formativo, tomando en cuenta los diferentes contextos de trabajo y los lineamientos de la transformación educativa en el Estado Plurinacional de Bolivia.

Roberto Iván Aguilar Gómez
MINISTRO DE EDUCACIÓN

Estrategia Formativa

El proceso formativo del Programa de Nivelación Académica se desarrolla a través de la modalidad semipresencial según calendario establecido para cada región o contexto, sin interrupción de las labores educativas en las UE/CEA/CEEs.

Este proceso formativo, toma en cuenta la formación, práctica educativa y expectativas de las y los participantes del programa, es decir, maestras y maestros del Sistema Educativo Plurinacional que no concluyeron diversos procesos formativos en el marco del PROFOCOM-SEP y PPMI.

Las Unidades de Formación se desarrollarán a partir de sesiones presenciales en periodos intensivos de descanso pedagógico, actividades de concreción que el participante deberá trabajar en su práctica educativa y sesiones presenciales de evaluación en horarios alternos durante el descanso pedagógico. La carga horaria por unidad de formación comprende:

SESIONES PRESENCIALES	CONCRECIÓN EDUCATIVA	SESIÓN PRESENCIAL DE EVALUACIÓN	80 Hrs. X UF
24 Hrs.	50 Hrs.	6 Hrs.	

FORMACIÓN EN LA PRÁCTICA

Estos tres momentos consisten en:

1er. MOMENTO (SESIONES PRESENCIALES). Parte de la experiencia cotidiana de los participantes, desde un proceso de reflexión de su práctica educativa.

A partir del proceso de reflexión de la práctica del participante, el tutor promueve el dialogo con otros autores/teorías. Desde este dialogo el participante retroalimenta sus conocimientos, reflexiona y realiza un análisis comparativo para generar nuevos conocimientos desde su realidad.

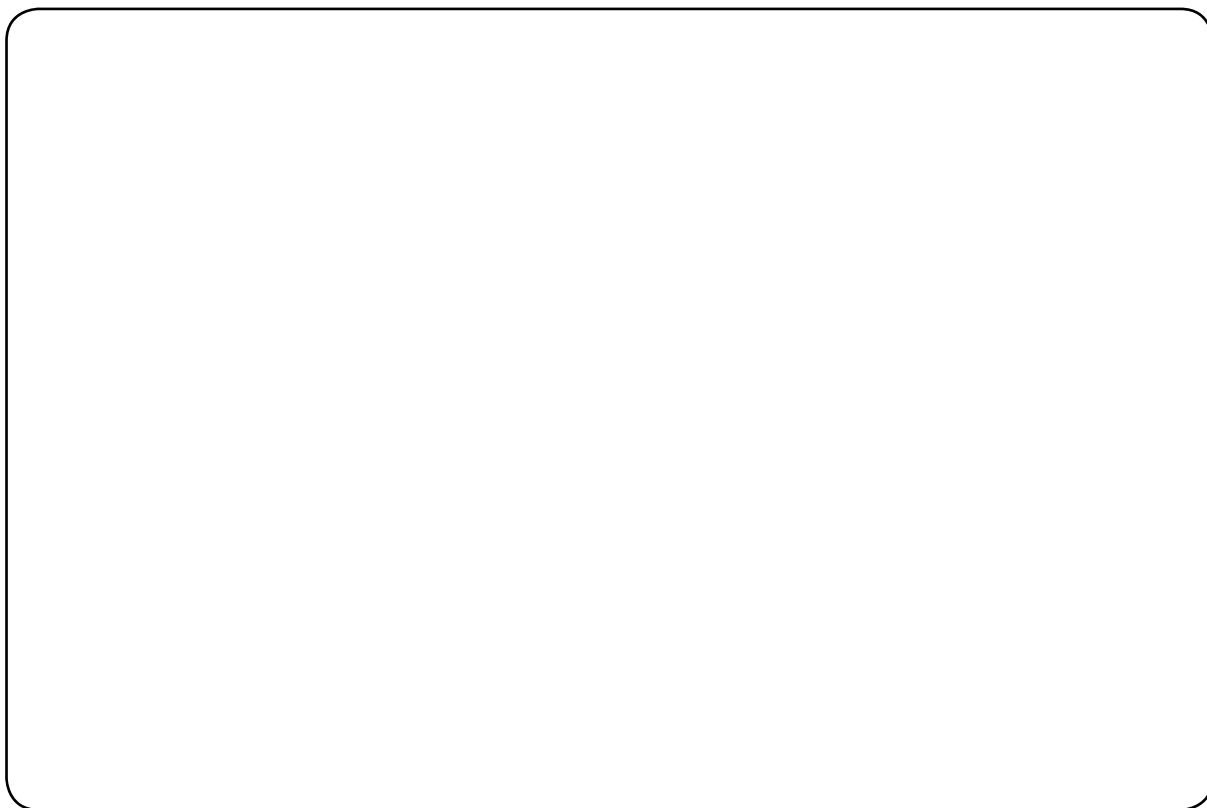
2do. MOMENTO (CONCRECIÓN EDUCATIVA). Durante el periodo de concreción el participante deberá poner en práctica con sus estudiantes o en su comunidad educativa lo trabajado (contenidos) durante las sesiones presenciales. Asimismo, en este periodo el participante deberá desarrollar procesos de autoformación a partir de las orientaciones del tutor, de la guía de estudio y del dossier digital de la unidad de formación.

3er. MOMENTO (SESIÓN PRESENCIAL DE EVALUCIÓN). Se trabaja a partir de la socialización de la experiencia vivida del participante (con documentación de respaldo); desde esta presentación el tutor deberá enriquecer y complementar los vacíos y posteriormente evaluar de forma integral la unidad de formación.



Objetivo Holístico de la Unidad de Formación

Una vez concluida la sesión presencial (24 horas académicas), el participante deberá construir el objetivo holístico de la presente unidad de formación, tomando en cuenta las cuatro dimensiones.



Orientaciones para la Sesión Presencial



Dentro de cada guía que aborda una Unidad de Formación de la especialidad de Matemática, se desarrollarán diferentes contenidos, planteados a partir de diversas actividades, las cuales permitirán alcanzar el objetivo de aprendizaje.

La presente Unidad de Formación “Trigonometría, Relaciones métricas en armonía con el Cosmos”, por ser de carácter formativo y evaluable, las/los participantes trabajarán en la diversidad de actividades teóricas/prácticas programadas para el desarrollo de los bloques temáticos.

Al inicio encontrarás una actividad titulada “Partiendo de nuestra realidad y contacto con la realidad”, cuyo objetivo es que exteriorices tus saberes y conocimientos a partir de tu experiencia y realidad socio-educativa en relación a la Unidad de Formación.

Durante el proceso de desarrollo de la presente guía, deben remitirse constantemente desde el principio hasta el final, al material bibliográfico (dossier) que se les ha proporcionado, puesto que nos ayudará a tener una visión más amplia y clara de lo que se trabajará en toda la guía.

Antes del abordaje de los contenidos de cada tema nos encontramos con lo que es la “Profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico”, aquí veremos brevemente opiniones, discusiones e investigaciones de distintos autores que nos muestran su punto de vista acerca de los temas o alguno de sus contenidos. Esto será de mucha importancia para la autoformación del participante durante y después del proceso de desarrollo de las guías.

Para las sesiones presenciales debe tomarse en cuenta dos aspectos:

1. La organización del Aula: para comenzar el desarrollo del proceso formativo es fundamental considerar la organización del ambiente, de manera que sea un espacio propicio y adecuado para el avance de las actividades planteadas.

De igual manera debemos tomar en cuenta el tipo de actividad o actividades que se realizarán durante la sesión, por ejemplo, conformación de equipos, organizar a los participantes en semicírculo, poner a consideración los lugares que serán objeto de observación o investigación, etc.

2. Las actividades formativas, considerando el apoyo bibliográfico y la profundización a partir del diálogo con los autores, donde no solo se habla de los temas, sino también de los procesos formativos de los contenidos, y otros textos importantes para la autoformación.

Las actividades correspondientes a la Unidad de Formación “Trigonometría, Relaciones métricas en armonía con el Cosmos”, que a lo largo de los contenidos irán desarrollándose de acuerdo a las consignas que en cada una de ellas tienen relevancia a partir de las siguientes tareas:

- Partir de la práctica para llegar a la teorización.
- Análisis, interpretación y conceptualización de los contenidos.
- Graficación y cálculo de funciones.
- Aplicación de las experiencias propias, pedagógicas o en el contexto.
- Resolución de triángulos, triángulos rectángulos y oblicuángulos.
- Diálogo entre los miembros participantes de la sesión.
- Responderemos a cuestionamientos y llenado de cuadros.
- Análisis e interpretación de lecturas, audiovisuales y presentaciones en PowerPoint.

Es importante y elemental hacer un repaso oral de cada sesión abordada a manera de retroalimentación y aprehensión de los contenidos. En los casos donde exista la necesidad de graficar, para optimizar el tiempo se recomienda hacer uso del software Geogebra y/o Cabri II plus.

Materiales Educativos

En matemática existen materiales que más allá de la tecnología están a nuestro alrededor y al alcance de todos. Un material importante son las experiencias y los objetos que están en nuestra comunidad. Estos materiales le dan otro significado al aprendizaje por lo que son de gran importancia en la resignificación de los contenidos de nuestra unidad de formación.

A continuación, mencionamos los diferentes materiales/recursos educativos que nos permitirá la producción de conocimientos significativos durante todo el proceso formativo.

Descripción del Material/recurso educativo	Producción de conocimientos
Experiencias y vivencias propias o del contexto.	Cultivar la creatividad en la resolución de problemas al utilizar experiencias de la vida en situaciones del contexto.
Audiovisuales.	Adquirir conocimientos básicos sobre trigonometría.
Calculadoras científicas.	Aprender el manejo adecuado de la calculadora, referente a funciones trigonométricas.
Material Geométrico: regla, escuadras, transportador, compás.	Trazar de manera correcta los gráficos, de funciones. precisión en el manejo de los instrumentos geométricos
Libros, artículos, etc.	Ampliar los conocimientos que se tiene sobre la unidad de formación.

Partiendo desde la Experiencia y el Contacto Directo con la Realidad



En tu experiencia docente, alguna vez los estudiantes seguramente te han preguntado cómo realizar algunas mediciones que quizá no son tan fáciles de hacer con simples instrumentos de medición, por ejemplo, medir: la altura de un árbol, el ancho de un río, la distancia que hay desde la unidad educativa a una montaña o cerro, etc.

A partir de su experiencia, de una explicación breve de 3 métodos que usted cree conveniente para medir ese tipo de distancias:

1)

2)

3)

En un pequeño párrafo partiendo de su propia experiencia como maestro explica de manera general a las siguientes preguntas.

¿Qué es trigonometría?

¿Para qué sirve?

¿Cómo abarcaste este contenido con tus estudiantes?

En equipos comunitarios de trabajo, salir a hacer observaciones del contexto en donde se encuentren, socializan lo que ven.

Anotan, explican y grafican todos los elementos trigonométricos que hayan observado.

Tema 1

Nociones de Trigonometría

“No hay rama de la matemática, por abstracta que sea, que no pueda aplicarse algún día a los fenómenos del mundo real”

Nikolai Ivanovich Lobachevski

En la presente guía estudiaremos lo importante de la trigonometría y como esta es una de las ramas de la matemática que más se utiliza en la vida, debe ser desarrollado en lo posible desde los primeros años de escolaridad.

Es así que en el Programa de Estudio de Educación Secundaria Comunitaria Productiva nos indica que esta Unidad de Formación deberá ser desarrollado durante el primer año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva, para el maestro le es de gran utilidad para comenzar y encaminar al aprendizaje de la trigonometría.

La trigonometría como estudio concreto de las razones trigonométricas en triángulos, debe desarrollarse en lugares en donde es necesario dar al participante un espacio para que pueda realizar actividades al aire libre donde la observación será muy importante para la obtención de resultados en los ejercicios que se plantean en las actividades.

Por su gran utilidad, la medición se convierte en el motivo más importante de uso o aplicación. Su aplicabilidad hace más precisa la medición requerida, por lo que para el estudiante se convertirá en una herramienta fácil de manejar en la solución de problemas de su contexto.

Profundización a partir del Diálogo con los Autores y el Apoyo Bibliográfico

Para los que estamos interesados en el aprendizaje de la trigonometría, no podemos reducir los conceptos a sus definiciones, ni limitar las experiencias didácticas a la repetición memorística de algoritmos, fórmulas y resultados.

Aprender matemáticas no puede limitarse solo a copiar del exterior a través de resultados previamente elaborados sino más bien, debe ser el resultado de construcciones sucesivas cuyo objetivo es garantizar el éxito ante una cierta situación de aprendizaje. Para adentrarnos en la

realidad del aprendizaje de la trigonometría en nuestra realidad, (Montiel. G., 2013). **“Desarrollo del Pensamiento Trigonométrico”**, específicamente en el prólogo, nos dice que:

“Según la maestra Régine Douady, saber matemática precisa de dos aspectos. Por un lado, se refiere a la disponibilidad funcional de nociones y teoremas matemáticos para enfrentar problemas e interpretar nuevas situaciones. En este proceso, dichas nociones y teoremas tienen un estatus de herramienta, en tanto que sirven para que alguien actúe sobre un problema en determinado contexto”

Es importante reconocer que tenemos que aprender al analizar los procesos de aprendizaje de nuestras y nuestros estudiantes, debemos saber cómo hacen las operaciones, cómo construyen y comparten significados relativos a la noción de función o proporcionalidad, o cómo se explican a sí mismos nociones de trigonometría.

1. Generalidades, Definiciones y Clasificación de Trigonometría

Observemos y analicemos las presentaciones en diapositivas: “Trigonometría. Definiciones y clasificación”.

A partir de lo anterior, comentamos y reflexionamos acerca del contenido del tema, y posteriormente escribimos nuestros criterios de la práctica de tales contenidos en el proceso formativo.

Analiza, interpreta y contextualiza el trabajo de (Gómez, 2014) **“La trigonometría como herramienta para medir nuestro entorno”** (pág. 1 - 4) aquí, nos presentan una experiencia sobre una actividad de clase en donde estudiantes aplicaron la trigonometría para hacer mediciones, mostrando un ejemplo de cómo se puede generar un ambiente de aprendizaje significativo.

Luego demostramos actividades prácticas y cotidianas de nuestra experiencia docente.

De acuerdo a las definiciones en las diapositivas de la primera actividad de este contenido, y los ejemplos del texto leído en la tarea anterior, respondamos con un sentido crítico a:

- ¿En qué medida tiene relación con las prácticas cotidianas?
- ¿Qué aspectos son rescatables para incorporar en el PDC del contexto?

2. Generación y Medidas de Ángulos y Arcos

De acuerdo a tu opinión contesta la siguiente pregunta. ¿La sombra que proyecta tu persona a las 9:00 Hrs., es la misma que proyecta a las 12:00 Hrs., y a las 13:00 Hrs? ¿Por qué?



Con la variedad de ejercicios y problemas que nos plantean, presente 5 ejemplos de figuras geométricas donde se formen diferentes tipos de ángulos.

Investiga en Internet, en cualquier libro de geometría o enciclopedia interactiva lo siguiente:

1. La definición de ángulo.
2. Cómo se clasifican los ángulos y su medida. Compara tus respuestas con las compañeras y compañeros del curso.

3. Sistemas de Medidas Angulares y Longitud del Arco

Comentamos sobre las medidas de ángulos mayores y menores a 90° y 360° , que aplican los albañiles, artesanos y otros profesionales.

Luego respondemos a las siguientes preguntas:

- ¿Qué instrumentos de medida utilizamos para medir la circunferencia que está trazada en el centro de la cancha de fútbol?
- ¿Qué instrumentos empleamos para verificar si un ángulo es recto, obtuso o agudo?

Comparemos las respuestas de la primera actividad de este contenido, analizando el texto (Cañas, 2010) *“Trigonometría I: Razones trigonométricas”* (pág. 1 - 11) quien nos muestra conceptos amplios sobre ángulos, medidas de ángulo, y operaciones con ángulos, cada uno con sus respectivos ejemplos.

Ahora escribimos las equivalencias de media circunferencia entre los sistemas: radián, sexagesimal y centesimal. Así mismo, las medidas menores a un grado sexagesimal.

Profundicemos observando las presentaciones en diapositivas: “Sistemas de medidas de ángulos”, y respondemos:

- ¿Cuál es la Unidad de Medida que más se emplea en las prácticas cotidianas? ¿Por qué ocurre esto?

4. Conversión de un Sistema de Medida a otro

De acuerdo a la experiencia pedagógica y las diapositivas observadas en la primera tarea:

- ¿Cuál de los sistemas de medida empleas con las y los estudiantes?
- ¿Qué procedimientos o algoritmos utilizas para pasar de un sistema a otro?

Respondemos desde nuestra experiencia vivida.

Ahora interpreten los procedimientos de conversiones y ejemplos propuestos en el texto (S. F.) ***“Trigonometría, Capítulo 7”*** (pág. 116 - 117). También amplíen el paso o transformación de radianes a grados y viceversa, con el texto (Cañas, 2010) ***“Trigonometría I: Razones Trigonométricas”*** (pág. 12 - 15).

Aplicamos los procedimientos resolviendo los ejercicios de la pág. 12, problemas 1, 2 y 3. (Trigonometría, Capítulo 7). Finalmente verifiquemos con la calculadora científica.

Sobre la base de los procedimientos de conversiones que acabamos de repasar y practicar. Realicen las siguientes actividades:

1. Con un termómetro clínico verifiquen la temperatura por la mañana, a medio día, por la tarde y a media noche.
2. Los 4 valores de temperaturas representen en grados sexagesimales.
3. Conviertan en medida circular o radian.

Tema 2

Funciones Trigonómicas

En el desarrollo del tema veremos las funciones trigonométricas, su resolución y aplicación, y para el maestro, le es de gran utilidad al adentrarse y profundizar más sus conocimientos y los de sus estudiantes en lo que se refiere a trigonometría.

Los contenidos se desarrollan en segundo, cuarto y quinto año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva, de acuerdo al Programa de Estudios de Educación Secundaria. Los estudiantes, pueden aplicar las funciones trigonométricas en distintas áreas, después de haber aprendido una base sólida de conocimientos sobre el tema y la Unidad de Formación.

Algunas de las áreas donde se aplican las funciones son: telecomunicaciones, construcciones, medida de ondas sonoras, geografía, etc.

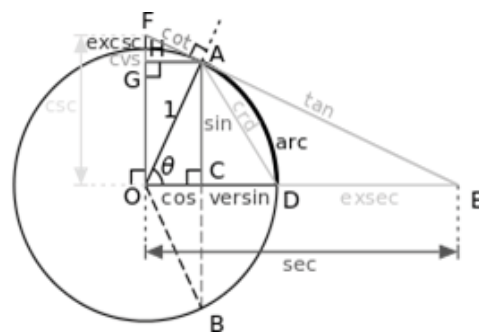
Profundización a partir del dialogo con los autores y el apoyo bibliográfico

Los métodos de aprendizaje de Funciones Trigonómicas pueden ser variados dependiendo de qué punto lo queremos ver, es importante mostrar variedad en los métodos de aprendizaje, así el estudiante tiene más opciones de asimilar el contenido.

(Stewart. J. & otros., 2006) **“Precálculo: Matemáticas para el Cálculo”**, nos muestra dos métodos para Funciones Trigonómicas, Funciones trigonométricas de números reales:

“Presenta la trigonometría por medio del método del círculo unitario. Este enfoque destaca que las funciones trigonométricas son funciones de números reales, justo como las funciones polinomiales y exponenciales con las cuales los estudiantes ya están familiarizados”.

Y las funciones trigonométricas de los ángulos:

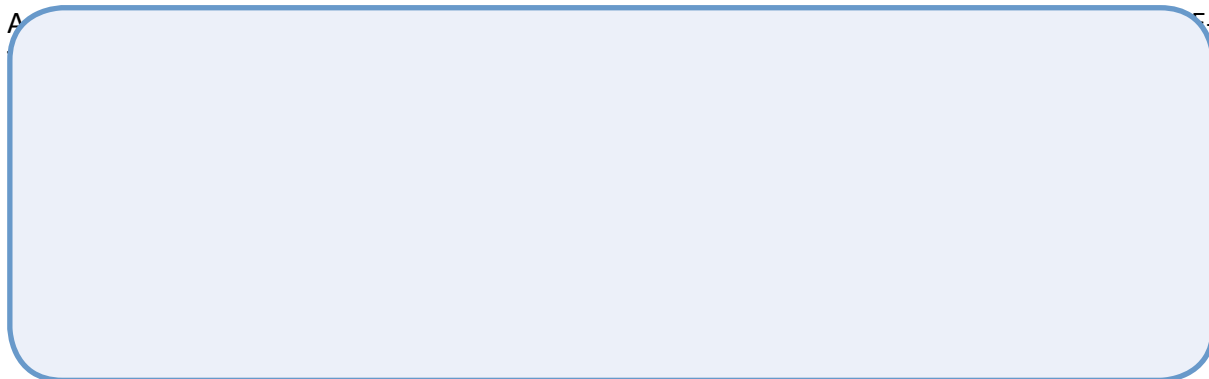


“se presenta la trigonometría por medio del enfoque del triángulo rectángulo. Este método se basa en los principios de un curso ordinario de trigonometría para bachillerato”.

Otro método por el que se puede optar es combinar ambas opciones y crear un método variado por el cual para dar una nueva presentación de las mismas funciones.

1. Funciones Trigonómicas de Ángulos Agudos

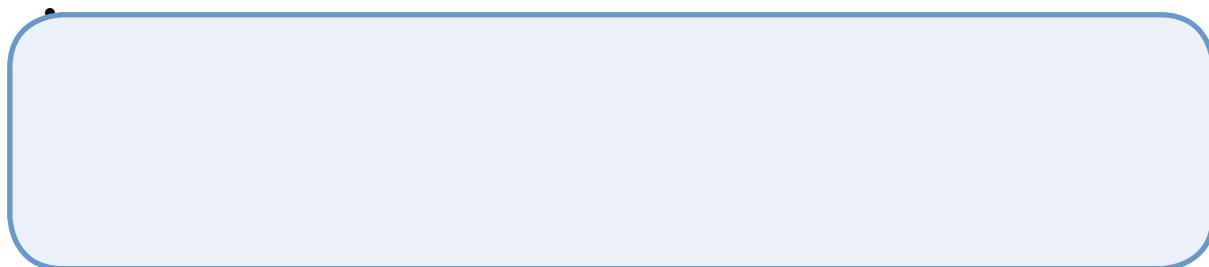
Dibujamos un triángulo rectángulo perfecto e identificamos sus elementos (lados y ángulos). De uno de sus ángulos agudos establecemos relaciones con sus lados determinando las seis funciones trigonométricas aplicadas en PDC.



Ahora, compartimos la información, la experiencia y ejemplos prácticos que tratan sobre la aplicación de funciones trigonométricas de ángulos agudos, que nos proporciona el texto de (Ayala R., 2013) ***“Diseño de un módulo instruccional para enseñar trigonometría y sus aplicaciones a estudiantes del nivel superior”*** (pág. 47 - 53).

Además, respondemos a las siguientes interrogantes:

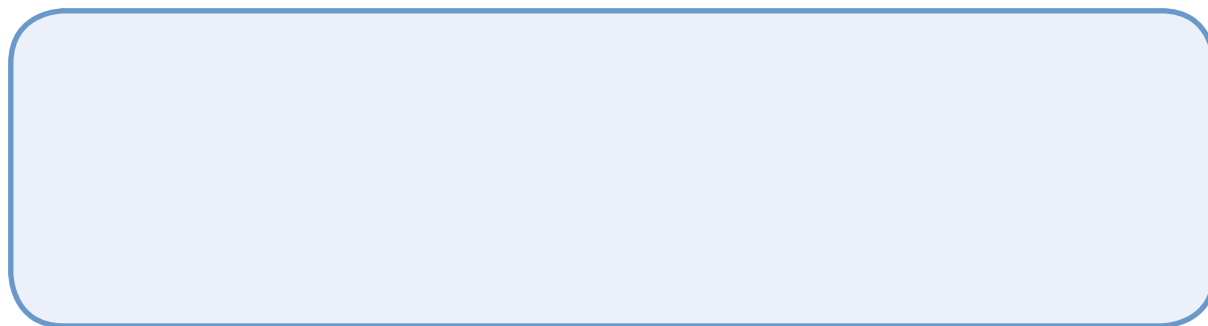
- ¿Cuál es nuestra apreciación al uso del hipsométrico para medir la altura de un edificio sin utilizar el metro?
- ¿Qué otro instrumento referido al tema empleaste con las y los estudiantes?



2. Funciones Trigonómicas de Ángulos Notables

Comentemos sobre el tema de las rectas notables de un triángulo. Ahora dibujemos un triángulo equilátero con ángulos interiores de 60° cada uno.

A continuación, tracemos la bisectriz de uno de sus ángulos de modo que resulten dos triángulos rectángulos.



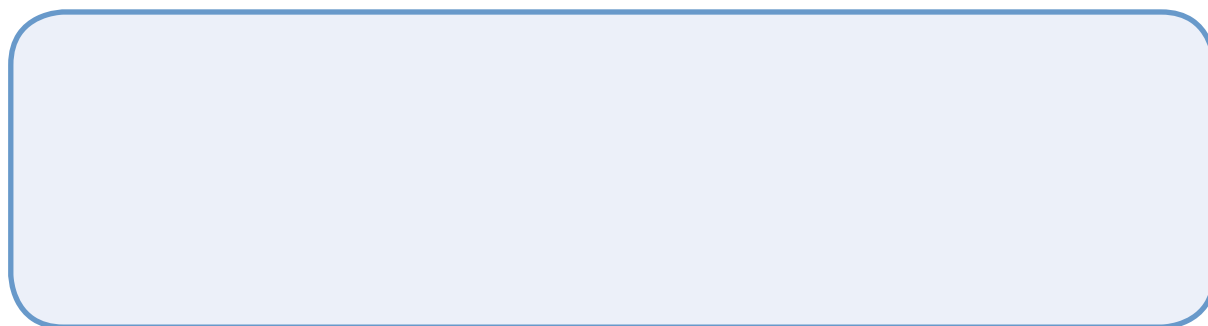
Nos remitimos a la lectura y comparamos el gráfico de la primera actividad en (DGETA Sonora) **“Geometría y Trigonometría”** (pág. 100 - 102), luego establecemos las razones trigonométricas de los ángulos de 30° y 50° .

Ahora completemos los valores trigonométricos en el siguiente cuadro.

Angulo	Sen	Cos	Tan	Cot	Sec	Cosec
30°						
45°						
60°						

3. Signos Algebraicos y Funciones Trigonométricas de Cualquier Ángulo en los IV Cuadrantes

Según sus experiencias desarrolladas con las y los estudiantes, ¿Cómo distinguen los signos de las funciones trigonométricas? ¿De qué procedimientos se valen? ¿Qué importancia tiene esta actividad?



A continuación, te presentamos los textos (Cañas, 2010) **“Trigonometría I: Razones trigonométricas”** (pág. 15 - 23) y (Castro & Otros, 1999) **“Trigonometría y Geometría analítica para las carreras de Ingeniería”** (pág. 20 - 25) que nos hablan sobre razones trigonométricas con sus respectivos ejemplos y ejercicios, además de algunas otras definiciones relacionadas con razones trigonométricas.

Ahora realicen las siguientes actividades:

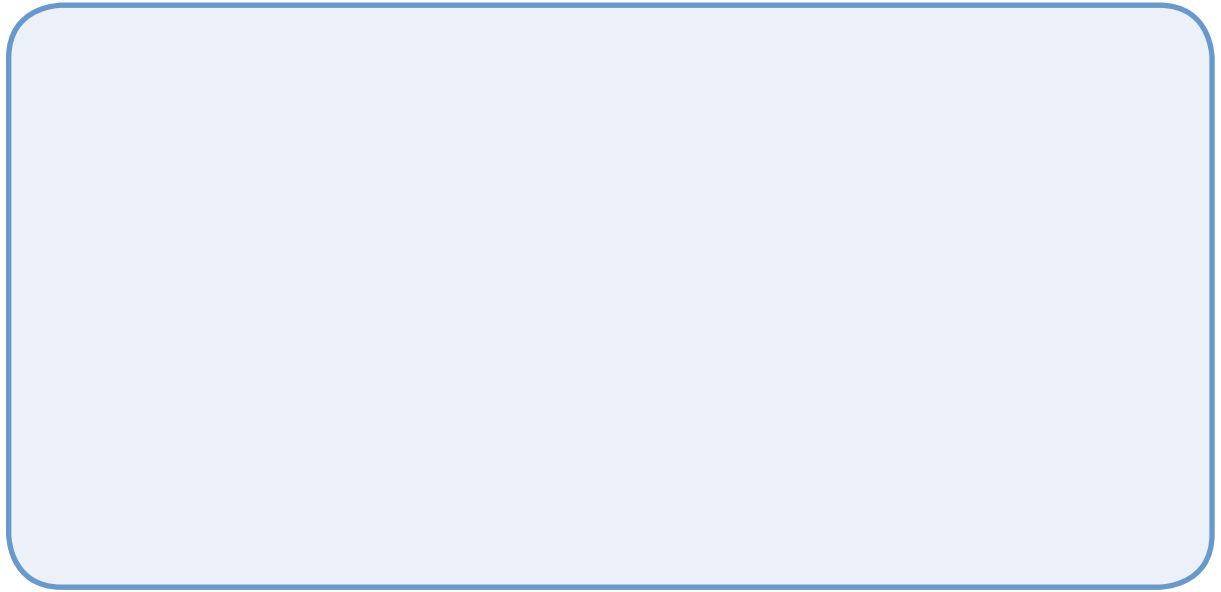
1. Tracen un sistema de ejes cartesianos rectangulares.
2. Dibujen una circunferencia con centro en la intersección ejes.
3. Determinen las funciones trigonométricas en los IV cuadrantes especificando sus signos.

Las prácticas realizadas en las dos actividades anteriores ¿Cómo podemos transformar en problemas cotidianos y prácticos orientados al MESCP?

4. Líneas Trigonométricas

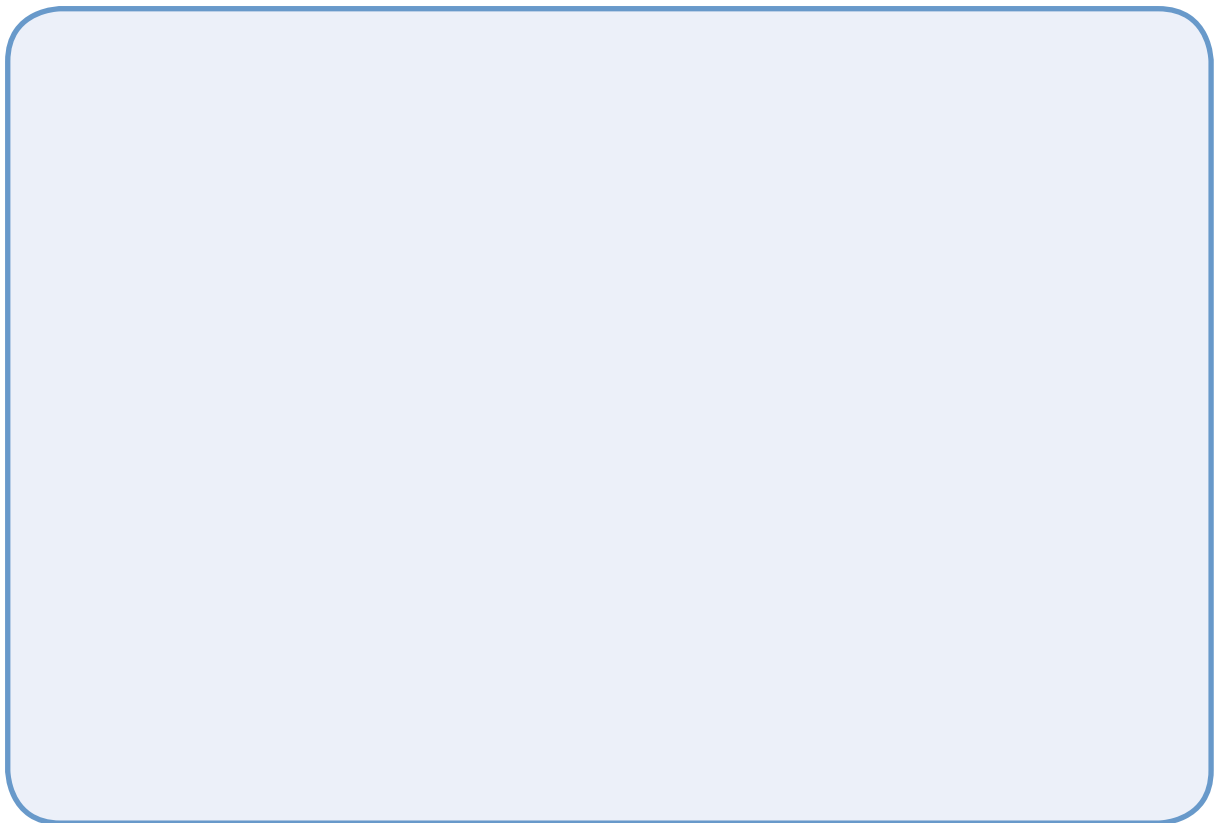
Describimos y analizamos las demostraciones de las líneas trigonométricas en el texto (Cañas, 2010) *“Trigonometría I: Razones Trigonométricas”* (pág. 23 - 50).

A continuación, en un sistema de ejes, grafiquemos una circunferencia de centro el origen de coordenadas (punto O) y radio la unidad de longitud, luego demostremos las líneas trigonométricas y sus signos en los IV cuadrantes.



Para fortalecer la actividad anterior, observemos las diapositivas: ***“Trigonometría: Círculo trigonométrico”***, y respondamos a las preguntas:

- ¿En qué áreas o campos de la ciencia se aplican estas actividades?
- ¿A los estudiantes del nivel secundario en qué les benefician?



5. Variación de los Valores y Gráficas de las Funciones Trigonométricas

En la segunda actividad del Subtítulo Funciones Trigonométricas obtuvimos valores de las razones trigonométricas para 30° , 45° y 60° .

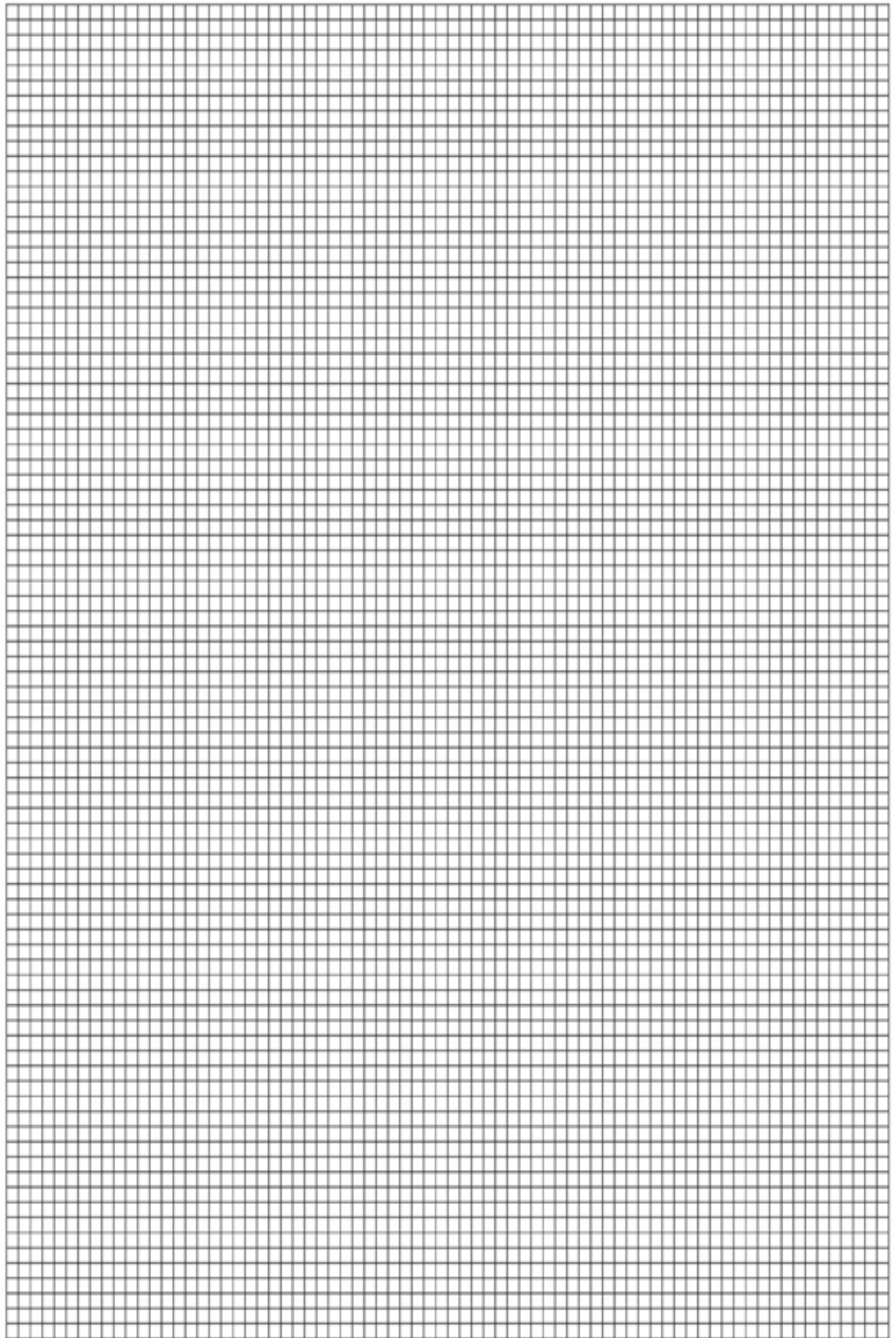
En esta ocasión con la ayuda de la máquina de calcular, considerando ángulos de 15 en 15 grados, calcular los valores correspondientes hasta con dos decimales y completar la siguiente tabla hasta 360° .

x	0	15	30	45	60	75	90'	105
Sen x		0.26							
Cos x			0.87						
Tan x								-3.75	
Cotan x									
Sec x									
Cosec x									

De acuerdo a los contenidos leídos y los problemas analizados, según su criterio y tomando en cuenta el MESCP ¿Cuáles considera incorporar al PCP para desarrollar con las y los estudiantes? ¿Cuáles no es pertinente? ¿Por qué?

A continuación, analicemos las representaciones gráficas en el texto (Jiménez, 2010) “Matemática II geometría y Trigonometría” (pág. 150-155).

Con los datos del cuadro anterior y en una hoja milimetrada represente las gráficas de cotangente, secante y cosecante y cosecante.



Tema 3

Resolución de Triángulos



¿Por qué los triángulos de la imagen están asustados? ¿En qué teorema te hace pensar? Respóndete a ti mismo.

Dentro del desarrollo del tema es importante que el maestro muestre a los estudiantes, que la trigonometría se puede aprender y se puede aplicar en el contexto en donde se encuentran, y que se puede hacer uso de triángulos para solucionar problemas de la vida cotidiana, para ello debemos tomar en cuenta que el tema y sus contenidos deben ser desarrollados en cuarto y quinto de secundaria.

Para el estudiante la resolución de triángulos, le abre un amplio contexto de aplicabilidad, en donde se requiera hacer alguna medición que no sea posible hacerla con el uso de simples instrumentos.

Profundización a partir del Dialogo con los Autores y el Apoyo Bibliográfico

A menudo la resolución de problemas es complicada para algunos estudiantes, pero es la mejor manera de aprender un tema en matemática. Alguna vez seguro ha escuchado del método de Polya para resolver problemas, él daba conferencias en las que hacía que los mismos participantes descubran sus propias estrategias de solución:

“Era capaz de hacerlo debido a su profundo conocimiento de los fenómenos psicológicos que hay en el momento de resolver un problema”.

En el libro (Stewart. J. & otros, 2012) “Precálculo 6: Matemáticas para el Cálculo”, hace referencia a este personaje, e inspirados en su método, nos muestran ideas útiles para trazar un plan, pero también nos dice que:

“No hay reglas difíciles ni rápidas que aseguren el éxito al resolver problemas. Pero es posible esbozar unos pasos generales en el proceso de la resolución de problemas y dar principios que son útiles para resolver ciertos problemas”.

1. Resolución de Triángulos Rectángulos

Desde nuestra experiencia en los procesos formativos, implementada con las y los estudiantes, respondemos a los siguientes cuestionamientos:

- ¿Qué se entiende por resolver un triángulo rectángulo?
- ¿En qué situaciones de la vida real evidenciamos los triángulos rectángulos?
- ¿Cuál es la característica fundamental de un triángulo rectángulo?

Interpretamos los procedimientos prácticos y problemas de aplicación de triángulos rectángulos que nos propone (Ayala R., 2013) ***“Diseño de un módulo instrucción para enseñar trigonometría y sus aplicaciones a estudiantes del nivel superior”*** (pág. 54 - 59).

Paralelamente resuelve los ejercicios y problemas de aplicación (pág. 60 - 65) del mismo texto.

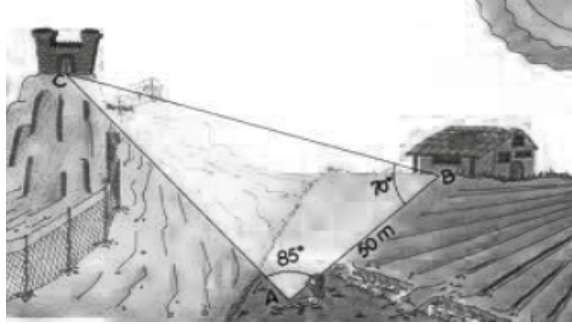
En pareja, resuelve los ejercicios aplicando las funciones trigonométricas, y el teorema de Pitágoras del texto de profundización (DGETA Sonora) **“Geometría y Trigonometría”** (pág. 105)

Reflexionemos sobre los problemas de aplicación resueltos y planteados en ambos textos y respondemos a las preguntas:

- ¿Las funciones trigonométricas apoyan en resolver problemas contexto?
- ¿Los problemas que resolviste de la primera actividad de este contenido se apropian al MESCP?
- ¿En nuestros contextos existen problemas para resolver aplicando teorema de Pitágoras?

2. Relaciones y Teoremas Relativos a la Resolución de Triángulos: Teoremas de los Senos, Cosenos y Tangentes.

Antes de analizar los teoremas de los senos, cosenos y tangentes, realizamos un análisis descriptivo del siguiente cuadro y respondemos a las siguientes preguntas:



- a) ¿Qué elementos se visualizan?
- b) ¿Cómo calculamos la distancia del lado BC?
- c) ¿Cuál será la medida del ángulo C?

Ahora compartamos la información, el desarrollo de los ejemplos y los ejercicios para consolidar el aprendizaje que aparecen en el texto (Ayala R., 2013) ***“Diseño de un módulo instruccional para enseñar trigonometría y sus aplicaciones a estudiantes del nivel superior”*** (pág. 74 - 97).

Luego, resolvemos ejercicios y problemas de aplicación de las págs. 78 a 80.

Asignando una valoración de 1 a 10 pts. A la resolución de problemas cotidianos del texto interpretado en la segunda actividad ¿Qué valor asignas a los problemas de aplicación de las pág. 79 y 80? ¿Por qué?

3. Resolución de Triángulos Oblicuángulos

Hasta este momento hemos trabajado con triángulos que son rectángulos, pero si observamos el triángulo del paisaje anterior, ¿Cómo podemos resolver una situación donde la figura geométrica es diferente al triángulo rectángulo?

Respondemos de acuerdo nuestra experiencia.

Analicemos los casos que se presentan en la resolución de triángulos oblicuángulos y las herramientas matemáticas que se conocen como Ley de los Senos y Ley de los Cosenos en (DGETA Sonora) ***“Geometría y Trigonometría”*** (pág. 105 - 113), y desarrollamos los problemas de las págs. 112 y 113.

Tema 4

Identidades y Ecuaciones Trigonométricas

Con identidades y ecuaciones trigonométricas el maestro podrá fortalecer los conocimientos que tienen sus estudiantes sobre la Trigonometría Plana, por lo cual tomamos en cuenta también que los contenidos de este tema deben ser desarrollados en quinto año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva.

Para él y la estudiante será importante conocer y aprender que las identidades y ecuaciones trigonométricas son aplicables en campos o áreas técnicas en donde se realizan mediciones como las topográficas, en navegación y otro tipo de mediciones.

Profundización a partir del Diálogo con los Autores y el Apoyo Bibliográfico

Las identidades Trigonométricas como igualdades que involucran funciones trigonométricas, es importante no solo saber cómo se resuelven sino también para qué sirven o cuál es su aplicación. En la lectura de (Baena J. & Otros) ***“Nociones de Trigonometría y Geometría Analítica”***, dice que;

“Estas identidades juegan un papel muy importante en el Cálculo, en la Física y en otras ciencias, donde se usan para simplificar expresiones complicadas”

A esto podemos agregar que la Institución Gabriel Trujillo de Camalito-Pereira afirma:

“Estas identidades son siempre útiles para cuando necesitamos simplificar expresiones que tienen incluidas funciones trigonométricas, cualesquiera que sean los valores que se asignen a los ángulos para los cuales están definidas estas razones. Las identidades trigonométricas nos permiten plantear una misma expresión de diferentes formas”.

Analizando esto notaremos lo importante que es mostrar a las y los estudiantes la importancia de la aplicación de estas identidades.

1. Relaciones Fundamentales y Funciones Trigonométricas de la Suma y Diferencia de dos Ángulos.

Para facilitar las demostraciones de identidades y ecuaciones trigonométricas, iniciamos desarrollando las fórmulas de relaciones fundamentales y funciones trigonométricas de la suma y diferencia de dos ángulos en (Sullivan, 2006) *“Álgebra y Trigonometría”* (pág. 615 - 623).

Respondemos:

- ¿Las fórmulas del texto se aplican en los planes de desarrollo curricular PDC?
- ¿Qué dificultades encuentra en las fórmulas de sumas y restas?
- ¿Cuál es su sugerencia para la obtención de fórmulas de identidades?

De acuerdo a los textos sobre funciones trigonométricas, comparados entre (Sullivan, 2006) *“Álgebra y Trigono-metría”* y (Swokowski & Cole, 2009) *“Álgebra y Trigonometría con geometría analítica”* pág. (417 - 420).

Escribimos las siguientes fórmulas:

- a) Fórmulas de suma y resta para cosenos.
- b) Fórmulas de suma y resta para senos.
- c) Fórmulas de suma y resta para tangentes.

Las fórmulas establecidas en la anterior actividad, ¿En qué tareas de aprendizaje beneficia a las y los estudiantes? ¿Cuál es la estrategia de aplicar las fórmulas sin necesidad de memorizar? ¿En los programas de TIC se podrán encontrar dichas fórmulas? Investiguemos y respondamos.

2. Funciones Trigonométricas del Ángulo Doble y del Ángulo Mitad.

Iniciamos observando las diapositivas: “Fórmulas del ángulo duplo”, lo analizamos a partir de las siguientes preguntas:

- a) ¿Qué señala ángulo doble y ángulo mitad?
- b) ¿Cómo demostramos sus funciones trigonométricas?
- c) ¿De qué manera las y los estudiantes se apropian con facilidad?

Respondamos a partir de nuestra experiencia

Consolidamos las fórmulas trigonométricas para ángulos doble y mitad interpretando los desarrollos y demostraciones en el texto (Sullivan, 2006) ***“Álgebra y Trigonometría”*** (pág. 626 - 633).

Ahora respondemos con seguridad a las siguientes preguntas:

- ¿Cómo aplican las fórmulas de ángulo doble y mitad para encontrar valores exactos?
- ¿Cómo se demuestra las identidades por medio de las fórmulas de ángulo doble y medio ángulo?

Como resultado del análisis de los textos en donde (Sullivan, 2006) *“Álgebra y Trigonometría”* (pág. 626 - 633) y (Castro & Otros, 1999) *“Trigonometría y Geometría analítica para las carreras de ingeniería”* (pág. 35 - 37) nos regalan una variedad de ejercicios a evaluar acerca de funciones, escribimos las siguientes fórmulas:

- a) Fórmulas para ángulo doble y sus variaciones.
- b) Fórmulas para medio ángulo.

3. Funciones Trigonométricas Inversas.

Antes de iniciar con la lectura de textos recordemos qué son las funciones trigonométricas directas e inversas de un triángulo rectángulo. Luego respondemos a las preguntas:

- a) ¿Será lo mismo en las identidades trigonométricas?
- b) ¿Cómo denotamos la función inversa de seno, coseno y tangente?
- c) ¿Qué procedimientos empleaste para demostrar las funciones inversas?

Responde desde tu experiencia práctica pedagógica.

Acudamos al análisis de las demostraciones de funciones trigonométricas inversas (\tan^{-1} , \cos^{-1} , \sin^{-1}) en el texto (Sullivan, 2006) *“Álgebra y Trigonometría”* (pág. 592 - 606), y luego nos hacemos los siguientes cuestionamientos:

- a) ¿Cómo demuestras las funciones inversas a las y los estudiantes?
- b) ¿Qué dificultades evidencias en la aplicación de las propiedades de funciones inversas?
- c) ¿Qué recomienda para que las y los estudiantes no acudan a la memorización de las fórmulas?

Encuentre el valor en los ejercicios propuestos, para encontrar el valor exacto de una expresión, en la pág. 561 del texto (Swokowski & Cole, 2009) ***“Álgebra y Trigonometría con geometría analítica”***.

4. Identidades Trigonómicas.

Iniciamos observando las diapositivas: ***“Identidades trigonométricas”***, y respondemos a las siguientes preguntas:

- a) ¿Cómo identificamos si una igualdad trigonométrica es identidad o ecuación?
- b) ¿Cuáles son las identidades trigonométricas fundamentales?

Demuestra con ejemplos:

Acudamos al análisis de las definiciones y demostraciones de procedimientos algebraicos para establecer una identidad, en el texto (Sullivan, 2006) *“Álgebra y Trigonometría”* (pág. 608 - 615).

Realicen las siguientes actividades:


- Escriban algunos párrafos que describan sus estrategias para establecer identidades.
- Escriban las tres identidades de Pitágoras.
- ¿Por qué se recomienda comenzar con el lado que contiene la expresión más complicada al establecer una identidad?
- ¿Una calculadora graficadora, se puede usar para establecer una identidad?

Como resultado de la comprensión de la actividad anterior, establezcan de manera algebraica cada identidad de los ejercicios impares del N° 19 al 90 planteados en (Sullivan, 2006) *“Álgebra y Trigonometría”* (pág. 614 - 615).

5. Ecuaciones Trigonométricas.


Reflexionemos sobre nuestra experiencia y respondemos a los interrogantes:

- ¿En qué nivel de formación escolar aprendiste resolver ecuaciones trigonométricas?
- ¿Cuál fue el problema mayúsculo que te impedía resolver ecuaciones trigonométricas a cabalidad?
- ¿Qué estrategia empleas para que las y los estudiantes desarrollen con facilidad?

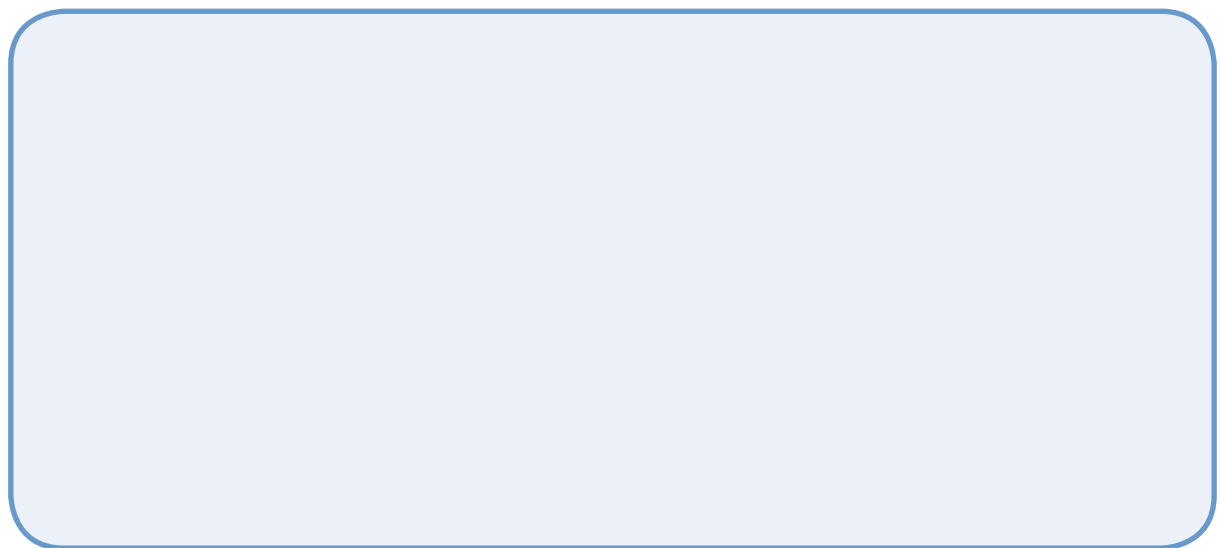


Acudamos al análisis e interpretación de los métodos de resolución de ecuaciones trigonométricas y sus variados ejemplos que se encuentran en el Texto de (Litvinenko & Mordkóvido, 1989) ***“Álgebra y Trigonometría”*** (pág. 241 - 258).

Ahora, planteen ejemplos ecuaciones trigonométricas de primer y segundo grado. También demuestren los métodos fundamentales aplicados en la resolución de ecuaciones trigonométricas.

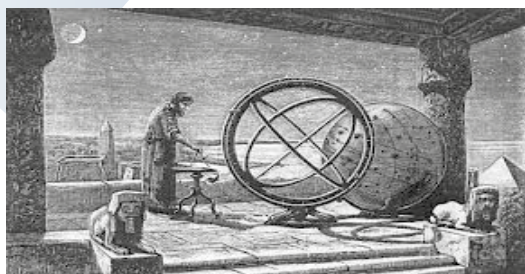


Con ayuda de una calculadora, resuelva cada ecuación redondeando sus respuestas a dos decimales de los problemas 41 a 52. (Sullivan, 2006) ***“Álgebra y Trigonometría”*** (Pág. 643).



Tema 5

Trigonometría Esférica



La trigonometría esférica estudia los triángulos que se forman en una esfera, lo que significa que en este tema ya no veremos trigonometría plana, sino más bien, estudiaremos ángulos y triángulos en una superficie esférica.

Para el maestro este tema le es de gran utilidad para que pueda ampliar el conocimiento sobre trigonometría de sus estudiantes, preparándolos para su estudio universitario. El tema deberá ser abordado en Sexto año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva.

El estudiante podrá aplicar Trigonometría esférica en situaciones de la vida como ser: astronomía o navegación, así este tema se convierte en una herramienta de gran utilidad como base de conocimiento para el estudiante en lo que se refiere a áreas técnicas, tecnológicas y de ingeniería.

Profundización a partir del diálogo con los autores y el apoyo bibliográfico

Para conocer más de trigonometría esférica en donde se estudia los triángulos esféricos teniendo gran relevancia en astronomía náutica y navegación, profundizamos acerca de su aplicación en la antigüedad, rescatando ejemplos de algunos grandes matemáticos citados en el artículo de Heavenly Mathematics: ***“Trigonometría Esférica”*** de Glen van Brummelen (septiembre, 2013) de la Universidad de Princeton 2013.

Allí nos habla sobre Eratóstenes de Cirene que hacía uso de la penetración de la luz solar en pozos de distintas localidades e Hiparco de Rodas quien conocía los movimientos del firmamento, quien también inventó la función de la cuerda (seno) para averiguar cuanto se movía el astro de su centro, Hiparco fue el fundador de la ciencia de la trigonometría.

1. Ángulos Diedros, Ángulos Triedros y Ángulos Esféricos.

Repasemos un poco sobre la clasificación de ángulos desarrollados en la Geometría Plana y

respondemos a las preguntas:

- a) ¿En qué situaciones de nuestros contextos identificamos ángulos?
- b) ¿En qué consisten los ángulos diedros y ángulos triedros?

Justifiquemos las respuestas con gráficos de ángulos.

Analicemos las definiciones, teoremas y demostraciones de ángulos diedros, triedro, ángulos esféricos y sus propiedades, que nos proponen en los textos (Barrero, R.) *“Trigonometría esférica fundamentos”* (pág. 6 - 13) y (Berrocoso & Otros) *“Notas y apuntes de trigonometría esférica y astronomía de posición”* (pág. 9 - 12).

Ahora con seguridad demostremos los criterios de igualdad de dos triedros y propiedades de un ángulo triedro.

2. Triángulos Esféricos y Propiedades.

Desde su experiencia vivida y como maestros de matemática, reflexionamos y respondemos a los siguientes cuestionamientos:

- a) ¿Es que situaciones de la vida real divisamos los triángulos esféricos?
- b) ¿Un triángulo esférico tendrá tres lados y tres ángulos?
- c) ¿Cómo enfocas este tema a las y los estudiantes?

Interpretemos los fundamentos teóricos sobre triángulos esféricos en los textos (Vila A., 1994) ***“Elementos de trigonometría esférica”*** (pág. 43 - 48) y (Castrillón M. & Otros) ***“Elementos de Matemáticas y Aplicaciones”*** (pág. 80 - 83). Como resultado de la comprensión realice las siguientes actividades:

- Demuestren la diferencia entre triángulos rectángulo y triángulos esféricos.
- Señalen algunas propiedades de los lados y los ángulos de un triángulo esférico.
- Representen gráficamente un triángulo rectángulo.

Antes de pasar al siguiente acápite, desarrollemos los ejercicios propuestos en la página 49 del texto (Vila A., 1994) ***“Elementos de trigonometría esférica”*** que nos presentan algunos problemas de trigonometría esférica.

Luego respondemos a la pregunta:

- ¿Los problemas resueltos tienen relación con nuestra práctica cotidiana?

De no ser pertinentes formulemos otros problemas relacionando con el PSP de la Unidad Educativa.

3. Resolución de Triángulos Esféricos.

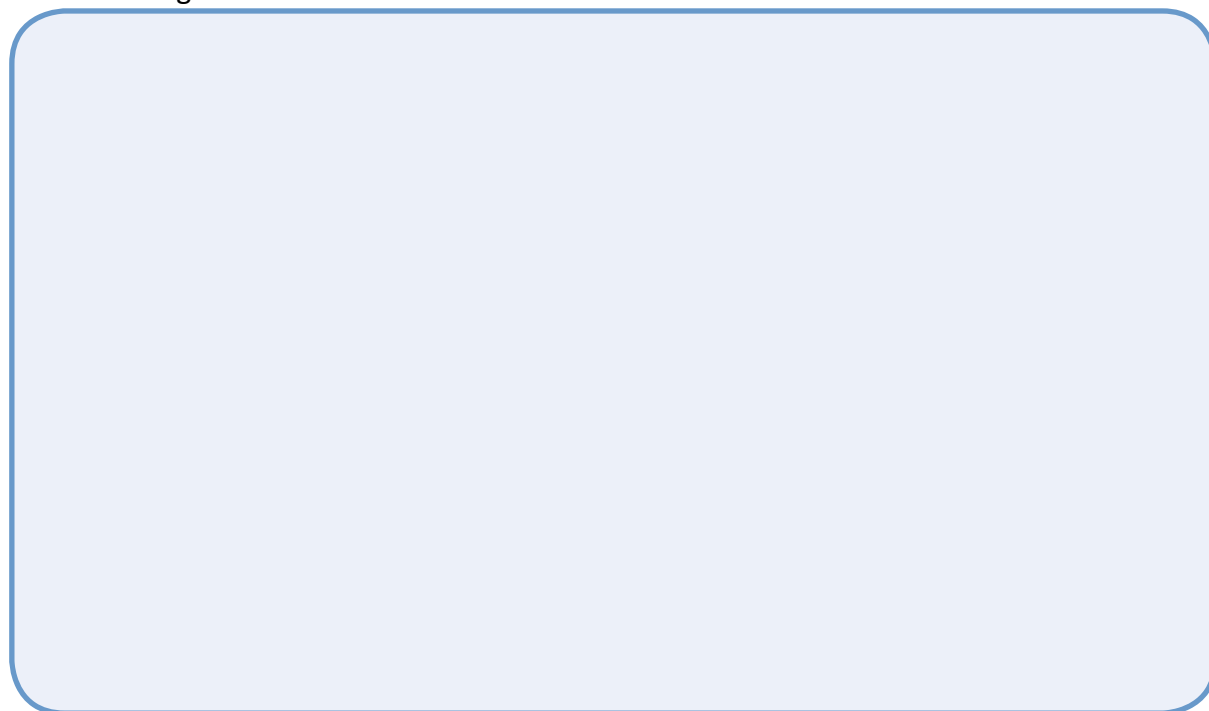
Reflexionemos nuestra experiencia pedagógica durante los últimos cinco años y con un criterio constructivo respondamos a las siguientes preguntas:

- ¿Por qué a la Trigonometría esférica se da poca importancia en las Unidades Educativas fiscales?
- ¿Las y los estudiantes resuelven con mayor facilidad los triángulos rectángulos o triángulos esféricos?
- ¿Por qué sucede este fenómeno?

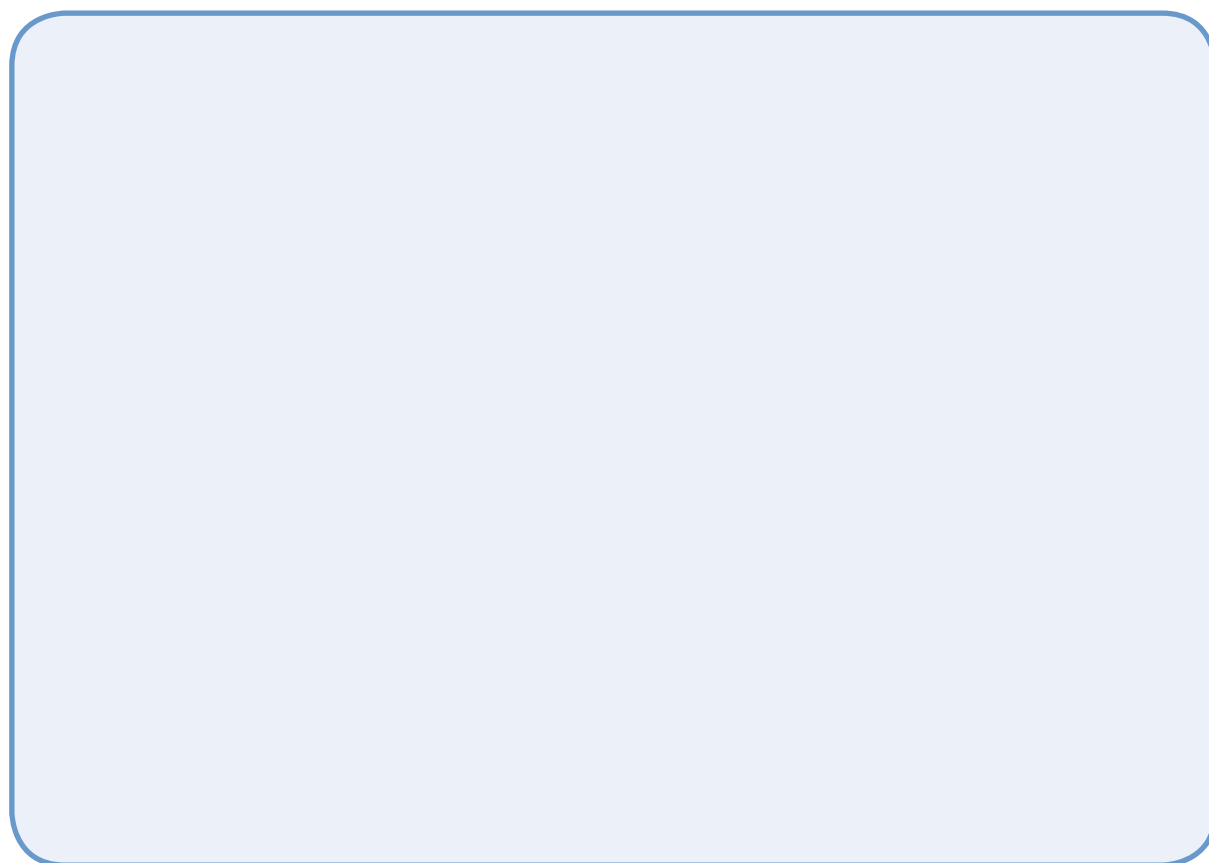
Interpretemos las definiciones, fórmulas de los grupos de Bessel y el desarrollo de estrategias para la resolución de cualquier triángulo esférico en los textos (Vila A., 1994) *“Elementos de trigonometría esférica”* (pág. 51 - 60) y (Berrocoso & Otros) *“Notas y apuntes de trigonometría esférica y astronomía de posición”* (pág. 33 - 37). Luego, respondemos a las preguntas:

- ¿En todo triángulo esférico rectángulo existe la hipotenusa y dos catetos?
- ¿En todo triángulo esférico rectángulo el número de lados superiores a 90° es siempre par?

Demuestren gráficamente:



Concluyamos este contenido aplicando las fórmulas de Bessel en la resolución de problemas planteados en las páginas. 83 y 84 del texto (Vila, A., 1994) *“Elementos de trigonometría esférica”*.



Orientaciones para la Sesión de Concreción



La presente Unidad de Formación se concretizará a través de la incorporación de los temas desarrolladas al Plan de Desarrollo Curricular PDC y la articulación con los objetivos del PSP de la Unidad Educativa. Asimismo, la producción de materiales educativos con los recursos naturales del contexto orientado al MESCP.

1. Autoformación para Profundizar las Lecturas Complementarias.

Para concretizar el proceso de autoformación, tomamos en cuenta las lecturas complementarias, básicas para profundizar los conocimientos sobre la Unidad de Formación. De igual manera vemos y analizamos las diferentes presentaciones que nos proporciona el dossier y realizamos los ejercicios prácticos que deben ser resueltos a la brevedad posible. Lecturas complementarias de profundización:

- Gómez, T. Jhon. (2014). “La trigonometría como herramienta para medir nuestro entorno”.
- Sullivan, Michael. (2006). “Algebra y Trigonometría”.
- Ángel J. J., “Funciones trigonométricas básicas”.
- Stewart J. & Otros. (2007).” Precálculo, Matemática para el cálculo”.
- Swokowski & Cole, (2009), “Algebra y Trigonometría con geometría analítica”.
- Castrillón M. & Otros. “Elementos de Matemáticas y Aplicaciones”.

2. Trabajo con las y los estudiantes para articular con el desarrollo curricular y Relacionarse e involucrase con el contexto

- a) Con las y los estudiantes de la Unidad Educativa que corresponden desarrollar los temas de Trigonometría, construyan el hipsómetro, instrumento que aplicaran para calcular las alturas más elevadas a partir de un ángulo agudo.
- b) Asimismo, incorporen en el PDC problemas cotidianos y resuelvan aplicando procedimientos trigonométricos en la resolución de triángulos rectángulos, oblicuángulos y esférico.
- c) En el siguiente espacio escriba su experiencia vivida en los diferentes momentos de la concreción, las dificultades y logros.

MOMENTOS:



DIFICULTADES:

LOGROS:

Handwriting practice area with 20 sets of three horizontal lines (top, middle dashed, bottom) on a light blue background.



This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins or other markings on the paper.

Handwriting practice area with 20 sets of three horizontal lines (top, middle dashed, bottom) on a light blue background.



[illegible]

En este espacio adjunte las evidencias de la investigación etnográficas (Guías de observación, Fotografías, Videos, y otros)



Orientaciones para la Sesión de Socialización



Durante todo este proceso de formación planteado en la presente guía a través de diferentes actividades formativas, debe tener como resultado la apropiación de los contenidos abordados. El tutor a cargo deberá realizar la evaluación correspondiente a la Unidad de Formación “Trigonometría, Relaciones métricas en armonía con el Cosmos”, de acuerdo a los siguientes parámetros:

Evaluación de Evidencias

- El tutor a cargo debe hacer la revisión de toda la evidencia de la realización de las actividades realizadas a partir de la bibliografía propuesta en la guía y otras que hubiesen sido sugeridas.
- También están las evidencias de la concreción, como ser: actas videos, fotografías, cuadernos de campo, apuntes (considerando que los apuntes son la producción propia del participante), planes de desarrollo curricular, etc.

Evaluación de la socialización de la concreción

- Se debe socializar como y a partir de qué se hizo la articulación de los contenidos con la malla curricular, el plan de clase y el proyecto Sociocomunitario de la Unidad Educativa.
- El uso y construcción de materiales y su adecuación a los contenidos.
- El involucramiento de la comunidad en el trabajo realizado.
- El o los productos tangibles e intangibles, que se originaron a partir de la concreción.
- Conclusiones.

Evaluación Objetiva:

- Será una evaluación individual, en donde el participante debe tomar en cuenta todo lo relacionado con los siguientes temas y contenidos:
 - a) Nociones de trigonometría.
 - b) Funciones trigonométricas
 - c) Resolución de triángulos.
 - d) Identidades y ecuaciones trigonométricas.
 - e) Resolución de triángulos esféricos.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN:

SER	- Fortalece los valores de complementariedad y reciprocidad con la naturaleza y la sociedad.
SABER	- Analiza de manera profunda los contenidos abordados.
HACER	- Conceptualiza adecuadamente los temas y contenidos abordados.
DECIDIR	- Hace uso de los saberes y conocimientos de trigonometría en situaciones reales.
	- Utiliza sus conocimientos trigonométricos para solucionar problemas de su contexto.
	- Promueve el beneficio y desarrollo de su comunidad a partir de la aplicación de la trigonometría.

Bibliografía

- Ángel, J. J. (2008). "Funciones trigonométricas básicas". México: MathCon.
- Ayala, L. M. (2013). "Diseño de un módulo instruccional para enseñar trigonometría y sus aplicaciones a estudiantes del nivel superior". Puerto Rico
- Baena, J. B. & Otros. "Nociones de Trigonometría y Geometría Analítica". Medellín - Colombia.
- Cañas, J. (2010). "Trigonometría I - Razones trigonométricas". Cueta – España.
- Castro, F. & Otros, (1999). "Trigonometría y Geometría analítica para las carreras de ingeniería". Arica – Chile.
- Jiménez, R. (2010). "Matemática II - Geometría y trigonometría". México: Pearson Educación de México S. A.
- Litvinenko, V. & Mordkóvich, A. (1989). "Álgebra y Trigonometría". URSS: Editorial Mir Moscú
- Montiel, G. (2013). "Desarrollo del pensamiento trigonométrico". México D.F.
- Stewart, J. & Otros., (2007) "Precálculo - Matemáticas para el cálculo", Quinta Edición. México D.F.: Cengage Learning Editores S.A.
- Stewart, J. & Otros., (2012), "Precálculo - Matemáticas para el cálculo", Sexta Edición. México D.F.: Cengage Learning Editores S.A.
- Sullivan, M. (2006). "Álgebra y Trigonometría". México: Pearson Educación de México S.A.
- Swokowski, E. & Cole, J. (2009). "Álgebra y Trigonometría". México D.F.: CENGAGE Learning Editores S.A.
- Universidad Complutense de Madrid. (2014). "Elementos de Matemáticas y Aplicaciones". España.
- Universidad de Cadiz. (2003). "Notas y apuntes de trigonometría esférica y astronomía de posición". Puerto Real – España.
- Universidad Politécnica de Madrid. (2008). "Trigonometría esférica fundamentos". Madrid – España.
- Vila, A. (1994). "Elementos de trigonometría esférica". Barcelona - España: Ediciones UPC.
- Van Brummelen G. (septiembre 2013). "Trigonometría Esférica". INVESTIGACIÓN Y CIENCIAS, XII.
- Gómez, T. Jhon. (2014). "La trigonometría como herramienta para medir nuestro entorno".
- Castrillón M. & Otros. "Elementos de Matemáticas y Aplicaciones".
- Berrocoso & Otros, "Notas y apuntes de trigonometría esférica y astronomía de posición"
- Barrero, R., "Trigonometría esférica fundamentos"
- DGETA Sonora, "Geometría y Trigonometría"

Anexo

ESPECIALIDAD: MATEMÁTICA

UNIDAD DE FORMACIÓN: TRIGONOMETRÍA (RELACIONES MÉTRICAS EN ARMONÍA CON EL COSMOS)

Temas	Utilidad para el maestro	Aplicabilidad en la vida	Contenidos	Bibliografía de profundización
Nociones de Trigonometría	El tema deberá ser desarrollado durante el primer año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva. Por lo que para el maestro le es de gran utilidad comenzar a abrir paso al aprendizaje de la trigonometría.	La trigonometría tiene una amplia gama de áreas para ser aplicada, la medición se convierte en el motivo de uso o aplicación de esta rama de la matemática. Su aplicabilidad hace más precisa la medición requerida, por lo que el estudiante podrá resolver diferentes problemas de medición que exista dentro de su comunidad.	<p>Generalidades, definiciones y clasificación de Trigonometría Gómez, T. Jhon. La trigonometría como herramienta para medir nuestro entorno (pág. 1 a 4) OBLIGATORIA</p> <p>Generación y medidas de ángulos y arcos. DGETA Sonora, Geometría y Trigonometría (pág. 15 a 24) OBLIGATORIA</p> <p>Sistemas de medidas angulares y longitud del arco. Cañas, C. Javier. Trigonometría I: Razones trigonométricas (pág. 1 a 11) OBLIGATORIA</p> <p>Conversión de un sistema de medida a otro Trigonometría, Capítulo 7 (pág. 116 a 117) OBLIGATORIA</p>	<p>Gómez, T. Jhon. (2014). La trigonometría como herramienta para medir nuestro entorno. http://www.educacionbogota.edu.co/archivos-noticias/2014</p> <p>PowerPoint. Trigonometría. Definiciones y Clasificación.</p> <p>Montiel, E. Gisela. Desarrollo del pensamiento trigonométrico (pág. 28 a 38)</p> <p>PowerPoint. Trigonometría. Sistemas de medidas de ángulos.</p> <p>Cañas, C. Javier. (2010). Trigonometría I, Razones trigonométricas (pág. 12 a 15)</p> <p>Trigonometría, Capítulo 7. http://precursores.educacion.es/secundaria/da-da-esomatematicas/Trigonometria/impresos/quincena7</p>

Funciones trigonométricas	Los contenidos se desarrollan en Segundo, cuarto y quinto año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva. Al maestro le es de gran utilidad para adentrarse y profundizar más los conocimientos de los estudiantes en lo que se refiere a trigonometría.	Las funciones trigonométricas son aplicables en distintas áreas como ser: telecomunicaciones, construcciones, medida de ondas sonoras, etc.	<p>Funciones trigonométricas de ángulos agudos. Ayala R. Laura M. Diseño de un módulo instruccional para enseñar trigonometría y sus aplicaciones a estudiantes del nivel superior (pág. 47 a 53) OBLIGATORIA</p> <p>Funciones trigonométricas de ángulos notables. DGETA Sonora, Geometría y Trigonometría (pág. 100 a 102) OBLIGATORIA</p> <p>Signos algebraicos y funciones trigonométricas de cualquier ángulo en los IV cuadrantes Cañas, C. Javier. Trigonometría I: Razones trigonométricas (pág. 15 a 23) OBLIGATORIA.</p> <p>Líneas trigonométricas. Cañas, C. Javier. Trigonometría I: Razones trigonométricas (pág. 23 a 50) OBLIGATORIA</p> <p>Variación de los valores y gráficas de las funciones trigonométricas. Jiménez, René. Matemática II Geometría y trigonometría (pág. 150 a 155) OBLIGATORIA</p>	<p>DGETA Sonora, Geometría y Trigonometría, (pág. 96 a 99). Sullivan, Michael. (2006). Álgebra y Trigonometría (pág. 518 a 522) Castro, S. Freddy & otros. Trigonometría y Geometría analítica para las carreras de ingeniería (pág. 20 a 25) PowerPoint. Trigonometría. Círculo Trigonométrico Ángel A. José de Jesús. Funciones trigonométricas básicas (pág. 4 a 24) Ayala R. Laura M. Diseño de un módulo instruccional para enseñar trigonometría y sus aplicaciones a estudiantes del nivel superior</p>
Resolución de Triángulos	Se debe desarrollar el tema en cuarto y quinto de secundaria, tomando en cuenta la amplitud y dificultad de cada uno de los contenidos de acuerdo al nivel de aprendizaje de los estudiantes. Al maestro el contenido le sirve para mostrar que la trigonometría se puede aprender desde el contexto, y que se puede hacer uso de triángulos, para solucionar problemas de la vida cotidiana.	La resolución de triángulos se puede aplicar en cualquier contexto donde se requiera hacer alguna medición que no es posible hacerla con el uso de simples instrumentos de medición, por ejemplo: medir la altura de un árbol, de un cerro, el ancho de un río, la distancia que hay entre dos puntos determinados, etc.	<p>Resolución de triángulos rectángulos. Ayala R. Laura M. Diseño de un módulo instruccional para enseñar trigonometría y sus aplicaciones a estudiantes del nivel superior (pág. 54 a 59) OBLIGATORIA</p> <p>Relaciones y teoremas relativos a la resolución de triángulos: Teoremas de los senos, cosenos y tangentes. Ayala R. Laura M. Diseño de un módulo instruccional para enseñar trigonometría y sus aplicaciones a estudiantes del nivel superior (pág. 74 a 97) OBLIGATORIA</p> <p>Resolución de triángulos oblicuángulos. DGETA Sonora. Geometría y Trigonometría (pág. 105 a 113) OBLIGATORIA</p>	<p>DGETA Sonora, Geometría y Trigonometría (pág. 102 a 105) Stewart J. & Otros. (2007). Precálculo, Matemática para el cálculo (pág. 501 a 515)</p> <p>Baena, G, John Bayron & Otros. Nociones de Trigonometría y Geometría Analítica (pág. 65 a 72)</p>

<p>Identidades y ecuaciones trigonométricas</p>	<p>Los contenidos de este tema deberán desarrollarse en quinto año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva. Al maestro le sirve para concretar los conocimientos que el estudiante tiene sobre trigonometría plana.</p>	<p>Las identidades y ecuaciones trigonométricas son aplicables en campos o áreas técnicas en donde se realicen mediciones topográficas, en navegación y otro tipo de mediciones.</p>	<p>Relaciones fundamentales y funciones trigonométricas de la suma y diferencia de dos ángulos. Sullivan, Michael. <i>Algebra y Trigonometría</i> (pág. 615 a 623) OBLIGATORIA</p> <p>Funciones trigonométricas del ángulo doble y del ángulo mitad. Sullivan, Michael. <i>Algebra y Trigonometría</i> (pág. 626 a 633) OBLIGATORIA</p> <p>Funciones trigonométricas de ángulos múltiples Swokowski & Cole. <i>Algebra y Trigonometría con geometría analítica</i> (pág. 534 a 540) OBLIGATORIA</p> <p>Funciones trigonométricas inversas Sullivan, Michael. <i>Algebra y Trigonometría</i> (pág. 592 a 606) OBLIGATORIA</p> <p>Identidades trigonométricas. Sullivan, Michael. <i>Algebra y Trigonometría</i> (pág. 608 a 615) OBLIGATORIA</p> <p>Ecuaciones trigonométricas Litvinenko & Mordkóvido. <i>Álgebra y Trigonometría</i> (pág. 241 a 258) OBLIGATORIA.</p>	<p>Castro, S. Freddy & otros. <i>Trigonometría y Geometría analítica para las carreras de ingeniería</i> (pág. 35 a 37)</p> <p>PowerPoint. Trigonometría. Fórmulas del ángulo duplo</p> <p>Swokowski & Cole. <i>Algebra y Trigonometría con geometría analítica</i> (pág. 549 a 561)</p> <p>Stewart J. & Otros. <i>Precálculo, Matemática para el cálculo</i> (pág. 528 a 534) PowerPoint. Trigonometría. Identidades trigonométricas.</p> <p>Sullivan, Michael. <i>Algebra y Trigonometría</i> (pág. 146 a 154)</p> <p>Litvinenko & Mordkóvido. <i>Álgebra y Trigonometría</i>.</p>
<p>Trigonometría esférica</p>	<p>El tema deberá ser abordado en Sexto año de Educación Secundaria Comunitaria Productiva. Al maestro le es de gran utilidad para ampliar el conocimiento sobre trigonometría esférica, preparando a sus estudiantes para su estudio universitario en ramas técnicas o ingenierías.</p>	<p>El estudiante aplica Trigonometría esférica en situaciones de la vida como ser: astronomía o navegación.</p>	<p>Ángulos diedros, ángulos triedros y ángulos esféricos. Barrero, R. Manuel. <i>Trigonometría esférica fundamentos</i> (pág. 6 a 13) OBLIGATORIA</p> <p>Triángulos esféricos y propiedades Vila, M. Antoni. <i>Elementos de trigonometría esférica</i> (pág. 43 a 48) OBLIGATORIA</p> <p>Resolución de triángulos esféricos Vila, M. Antoni. <i>Elementos de trigonometría esférica</i> (pág. 51 a 60) OBLIGATORIA</p>	<p>Berrocoso, Manuel & Otros. <i>Notas y apuntes de trigonometría esférica y astronomía de posición</i> (pág. 9 a 12)</p> <p>Castrillón M. & Otros. <i>Elementos de Matemáticas y Aplicaciones</i> (pág. 80 a 83)</p> <p>Berrocoso, Manuel & Otros. <i>Notas y apuntes de trigonometría esférica y astronomía de posición</i> (pág. 33 a 37)</p> <p>Castrillón M. & Otros. (2014). <i>Elementos de Matemáticas y Aplicaciones</i> Van Brummelen G. (Septiembre 2013). <i>Trigonometría Esférica</i>. IN-VESTIGACIÓN</p>



**Revolución Educativa
con Revolución Docente
para Vivir Bien**